

Maandblad voor
de didactiek
van de wiskunde

Orgaan van
de Nederlandse
Vereniging van
Wiskundeleraren

52e jaargang
1976/1977
no 1
aug./sept.

Wolters-Noordhoff

EUCLIDES

Redactie: G. Krooshof, voorzitter - W. Kleijne, secretaris - Dr. W. A. M. Burgers - Drs. F. Goffree - Dr. P. M. van Hiele - Drs. J. van Lint - L. A. G. M. Muskens - P. Th. Sanders - Dr. P. G. J. Vredenduin - Drs. B. J. Westerhof.

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 10 maal per cursusjaar.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Secretaris: Drs. J. W. Maassen, Traviatastraat 132, Den Haag.
Penningmeester en ledenadministratie: Drs. J. van Dormolen, Lange Voort 207, Oegstgeest. Postrekening nr. 143917 t.n.v. Ned. ver. v. Wiskundeleraren, te Amsterdam.
De contributie bedraagt *f* 35,— per verenigingsjaar; studentleden *f* 21,—; contributie zonder Euclides *f* 15,—.
Adreswijziging en opgave van nieuwe leden (met vermelding van evt. gironummer) aan de penningmeester. Opzeggingen vóór 1 augustus.

Artikelen ter opname worden ingewacht bij G. Krooshof, Dierenriemstraat 12, Groningen, tel. 050-772279. Zij dienen met de machine geschreven te zijn.

Boeken ter recensie aan Dr. W. A. M. Burgers, Prins van Wiedlaan 4, Wassenaar, tel. 01751-13367.

Mededelingen, enz. voor de redactie aan W. Kleijne, De Kluut 10, Heerenveen, tel. 05130-24782.

Opgave voor deelname aan de leesportefeuille (buitenlandse tijdschriften) aan Dr. A. J. E. M. Smeur, Dennenlaan 17, Dorst (N.B.).

Abonnementsprijs voor niet-leden *f* 30,50. Een kollectief abonnement (6 exx. of meer) is per abonnement *f* 17,50. Niet-leden kunnen zich abonneren bij: Wolters-Noordhoff bv, afd. periodieken, Postbus 58, Groningen. Tel. 050-162189. Giro: 1308949.
Abonnees worden dringend verzocht te wachten met betalen tot hen een acceptgirokaart wordt toegezonden.
Abonnementen kunnen bij elk nummer ingaan, maar gelden zonder nadere opgave altijd voor de gehele lopende jaargang.
Annuleringen dienen minstens één maand voor het einde van de jaargang te worden doorgegeven.

Losse nummers *f* 5,50 (alleen verkrijgbaar na vooruitbetaling).

Advertenties zenden aan:

Intermedia bv, Postbus 58, Groningen, tel. 050-162222.
Tarieven: $^1/_1$ pag. *f* 275,—, $^1/_2$ pag. *f* 150,— en $^1/_4$ pag. *f* 85,—.

Een halve eeuw WIMECOS - NVWL 1926 - 1976

JOH. H. WANSINK *

Arnhem

1 Een halve eeuw geleden organiseerden zich voor het eerst in ons land de wiskundeleraren aan de hogere burgerscholen. De '*Vereeniging van Leeraren in de Wiskunde, de Mechanica en de Kosmographie aan hoogere burgerscholen met vijfjarigen cursus B, lycea en meisjes-hoogere burgerscholen met 5/6-jarigen cursus*' werd op 13 december 1925 opgericht. De constituerende vergadering had plaats op 8 april 1926, de statuten werden goedgekeurd bij koninklijk besluit van 29 mei 1926, nr. 47.

De vereniging zou weldra bekend worden onder de naam *Wimecos*, een afkorting die volgens mondelinge mededeling van Wijdenes te danken is geweest aan een suggestie van Schogt. Deze heeft er zich echter tegen verzet dat de korte naam officieel in de statuten zou worden gebruikt. Toch is dit vanaf 1938 algemeen het geval geweest.
Wimecos vond zijn voortzetting in de '*Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren*', de NVWL, die zijn nieuwe naam kreeg in de laatste vergadering van de oude vereniging, op 23 december 1968. De statuten die in het eerste artikel nog gewag blijven maken van de naam Wimecos, werden goedgekeurd bij koninklijk besluit van 20 juni 1969, nr. 15.

In de doelstellingen van de vereniging is in de eerste veertig jaar van haar bestaan weinig of geen verandering aangebracht. Ze zijn allereerst van immateriele aard. Het ging en het gaat in Wimecos over de belangen van het vak, om onderwijskundige aspecten en in veel geringere mate om materiële belangen van de leraren.

Vergelijken we echter de oude organisatie van Wimecos met de tegenwoordige van de NVWL dan vallen er aanstonds een paar structuurwijzigingen op die van betekenis zijn bij de beoordeling van de plaats die onze vereniging in het schoolleven inneemt.
(1). Wimecos was oorspronkelijk een vereniging van louter h.b.s.-leraren, althans van leraren die de h.b.s-wiskunde B onderwezen. De NVWL is veel

* Geschreven op verzoek van de voorzitter van de NVWL.

ruimer van opzet: lid kunnen worden alle leraren in de wiskunde aan scholen bedoeld in de Wet op het Voortgezet Onderwijs van 1963. Hierdoor is er een einde gekomen aan de opsplitsing van de leraren in twee of meer afzonderlijke organisaties, zoals we dat gekend hebben in de jaren waarin bij het v.h.m.o. zelfs de leraren gymnasium en de leraren h.b.s. zich nog afzonderlijk organiseerden. Aanvankelijk had het in de bedoeling gelegen de nieuwe organisatie alleen open te stellen voor de wiskunde-docenten bij het v.w.o. en het h.a.v.o., dat is dus traditiegetrouw met uitsluiting van de m.a.v.o.-leraren, die eertijds als u.l.o.-onderwijzers ook geen toegang tot Wimecos hadden gekend. In de laatste fase van de reorganisatie kwam er echter plotseling een keerpunt: er werd besloten tot een statutenwijziging waardoor de NVWL ook voor m.a.v.o.-leraren toegankelijk werd. Ik heb dit van het begin af toegejuicht, omdat hierdoor voorkomen zou kunnen worden dat het corps werd opgesplitst in twee sterke ondergroepen, die onafhankelijk van elkaar, en misschien tegenover elkaar, zouden gaan opereren.
(2). Het werkterrein van de nieuwe vereniging is beperkt gebleven tot dat van het wiskunde-onderwijs alleen, terwijl dat van het oude Wimecos zich ook uitstrekte tot de vakken mechanica en kosmografie, zoals reeds door de tweede en de derde lettergreep van de naam wordt geaccentueerd. Deze lettergrepen hadden reeds vóór de totstandkoming van de NVWL hun betekenis verloren, doordat tengevolge van programmawijzigingen de mechanica en de kosmografie hun karakter van zelfstandige leervakken waren kwijt geraakt en de desbetreffende leerstof was ondergebracht bij de natuurkunde; de mechanica in 1961, de kosmografie in 1962.

2 Om de plaats van Wimecos in het organisatieleven en de betekenis van de activiteiten van de vereniging beter tot hun recht te doen komen, lijkt het me zinvol ook enige aandacht te besteden aan wat ik de voorgeschiedenis zou willen noemen. Deze strekt zich uit over vrijwel het gehele eerste kwart van de twintigste eeuw, een periode waarin premature hervormingsplannen tot mislukking bleken gedoemd en het gemis aan een eigen organisatie door wiskundeleraren soms pijnlijk werd gevoeld. Omstreeks 1920 stimuleerden wettelijke programmaherzieningen de drang tot samenwerking bij de leraren. Eerst kwam Liwenagel tot stand (1921), daarna Wimecos (1925).
Om misverstand te weren ten aanzien van het peil van de hervormingsbelustheid uit die jaren lijkt het me goed toe er reeds hier op te wijzen, dat de bereidheid tot samenwerking in een organisatie niet noodzakelijkerwijze behoeft samen te gaan met vernieuwingsdrang. Zowel behoudzucht (het willen conserveren en consolideren van het waardevolle in het bestaande) als progressiviteit (de wil gepropageerde vernieuwingen tot stand te helpen brengen) kunnen er toe leiden dat men zich gaat organiseren. Bij het ontstaan van Liwenagel en van Wimecos speelden beide strevingen een rol.

Bij mijn terugblik op de geschiedenis van Wimecos verdienen de perioden voor en na de wereldoorlog afzonderlijke aandacht. De eerste van deze twee met als hoofdgebeuren de totstandkoming van het nieuwe leerplan van 1937 betekende een tijd waarin Wimecos nog gehandicapt was door het gemis van een

eigen orgaan. In 1940 werd Euclides officieel orgaan van Wimecos en van Liwenagel, zodat deze verenigingen enige zeggingschap kregen over de inhoud. In 1956 kwam er een contract met de uitgever Noordhoff, waardoor de redactie aangewezen door Wimecos en Liwenagel onafhankelijk van de stichter Wijdenes zou kunnen worden gevoerd[1].

De verhouding tot de *Wiskundewerkgroep van de W.V.O.* leidde in het begin tot wat spanningen, die echter langzamerhand zouden worden opgelost. De Werkgroep was een open organisatie zonder vastgestelde statuten en reglementen, die jarenlang maandelijkse bijeenkomsten organiseerde waaraan ieder die belang stelde in het wiskunde-onderwijs kon deelnemen, leraren en niet-leraren. Geringe waardering voor het bestaande onderwijs maakte de Werkgroep open voor ingrijpende vernieuwingsgedachten, maar leidde er tevens toe, dat men in Wimecos en in Liwenagel argwanend stond tegenover de activiteiten van de Werkgroep. Deze argwaan verminderde toen in 1950 Freudenthal voorzitter van de Groep werd en er onder zijn leiding een Ontwerp-Leerplan voor het Wiskunde-onderwijs tot stand kwam. De kentering in de waardering komt tot uitdrukking in het feit dat de Wiskundewerkgroep in 1962 ook Euclides als officieel orgaan kreeg toegewezen.
Hoofdgebeuren in de na-oorlogse periode, vóór het totstandkomen van de NVWL, zou het nieuwe leerplan voor wiskunde van 1958 zijn.

3 Hoe reageerde Nederland op de internationale pogingen tot hervorming van het wiskunde-onderwijs uit het begin van deze eeuw?
Als drijfkracht achter de pogingen tot programmaherziening in tal van west-europese landen staat de figuur van *Felix Klein* (1849–1926). We herinneren aan zijn beroemd geworden en in Nederland te lang onbekend gebleven Erlanger Programma van 1872 en aan zijn invloed op de voorstellen tot herziening van het wiskunde-onderwijs neergelegd in de Meraner Vorschläge van 1905. Door mededelingen in het '*Wiskundig Tijdschrift*', door *Vaes* c.s. sinds 1904 verzorgd, werd de Nederlandse wiskundeleraar in staat gesteld kennis te nemen van wat er in het buitenland plaats greep.
De Meraner leerplannen hebben geleid tot een Reformbeweging die de betekenis van het functiebegrip voor geheel ons wiskunde-onderwijs centraal stelde[2]. De opvoeding tot functioneel denken zou uit dienen te gaan van een onderwijs in grafische voorstellingen, gevolgd door analytische meetkunde, en dat alles 'bis an die Schwelle der Infinitesimalrechnung'. Waarom niet verder! Klein had reeds in 1904 de invoering van de infinitesimaalrekening op de scholen bepleit, maar moest op dit punt wijken tengevolge van gerezen verzet in onderwijskringen.
De Duitse beweging prikkelde in Nederland een kleine groep van leraren tot bezinning. Over de pogingen hier te lande het nieuwe leervak reeds in het begin van deze eeuw in ons pre-universitair onderwijs te introduceren licht Vaes ons in in zijn Wiskundig Tijdschrift, dat wat niveau betreft het midden trachtte te houden tussen de eenvoudige '*Vriend der Wiskunde*' enerzijds en het moeilijker '*Nieuw Archief der Wiskunde*' van het Wiskundig Genootschap anderzijds[3].
Op de jaarvergadering van de AVMO te Alkmaar in 1905 werd er in de

wiskundesectie gesproken over de mogelijkheid de beginselen van de differentiaal- en integraalrekening op onze scholen te doen behandelen. Na enig commissiewerk gevolgd door het uitbrengen van rapporten werd in 1908 op de AVMO-vergadering te Schiedam de invoering van de infinitesimaalrekening als niet wenselijk met 50 tegen 13 stemmen afgewezen, in een stemming waarin het oordeel van de niet-wiskundige leraren de doorslag heeft gegeven.
Tot de tegenstanders die zich steeds scherp tegen het nieuwe vak hadden uitgesproken behoorden *Jensema* en *Tiddens*. Jensema had in deze jaren als bestuurslid (1906-1908) en als voorzitter (1911-1914) een grote invloed op de meningsvorming uitgeoefend, een invloed die nog zou toenemen in de periode waarin hij als inspecteur van het middelbaar onderwijs optrad (1920–1934). Dit zijn enige details van persoonlijke aard die toch van betekenis kunnen zijn bij de beoordeling van de sfeer waarin in de twintiger jaren bij het streven naar vernieuwing gewerkt zou moeten worden.

De problematiek rondom de differentiaal- en integraalrekening als schoolvak bleef ook na de nederlaag van 1908 de gemoederen bezig houden[4].
In 1910 bracht de eerste *Nederlandse Onderwijscommissie voor Wiskunde*, sub-commissie van de Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique (CIEM) een rapport uit, waarin ze zich onomwonden voor het nieuwe vak uitsprak op grond van motieven die een halve eeuw later aan de vooravond van het leerplan 1958 hun geldigheid nog niet verloren bleken te hebben.

Kort na de invoering van het normaalprogramma voor de rijks-hogereburgerscholen in 1916 (voor de overige openbare scholen had die invoering in 1920 plaats) werden er twee belangrijke rapporten uitgebracht, een over het wiskunde-onderwijs op de h.b.s., het andere over dat op het gymnasium. Het eerste rapport wilde niet verder gaan dan een eventuele facultatiefstelling, het tweede bevatte een voorzichtige aanbeveling van het nieuwe vak. Op het gebied van de modernisering had in deze jaren het gymnasium reeds een voorsprong op de h.b.s.

In deze rapporten ontmoeten we namen van invloedrijke personen die in de jaren van oprichting van Liwenagel en Wimecos een rol van betekenis zouden spelen, de namen Jensema en Tiddens aan de kant van de h.b.s., de naam Vinkesteyn aan die van het gymnasium.

In 1915 hield Jensema op de algemene vergadering van de AVMO een inleiding in de wis- en natuurkundige sectie over het onderwerp 'Beperking van de leerstof voor wis- en natuurkunde op de h.b.s. met vijfjarige cursus'. Op voorstel van Tiddens werd daarna het hoofdbestuur uitgenodigd een commissie te benoemen ter nadere bestudering van de leerstofbeperking. Deze commissie, onder voorzitterschap van Jensema, verklaarde in 1918, dat ze ten aanzien van de eventuele invoering van de differentiaal- en integraalrekening geen definitief voorstel zou kunnen doen. Wel was ze van oordeel dat de nieuwe leerstof hoogstens zou mogen dienen als een inleiding bij het vak mechanica, een gedachte die later ook nog in Wimecoskringen zou blijven heersen. Van de invoering van de nieuwe leerstof verwachtte de commissie echter weinig heil.

De taak van de gymnasiale commissie, die onder voorzitterschap stond van *Van IJzeren* en de wiskundeleraar *Bouman* onder zijn leden telde, was een veel ruimere. Ze kwam met een voorstel voor een nieuw wiskunde-leerplan, waarin het behoud van de analytische meetkunde werd bepleit en waarin, na aarzeling, de infinitesimaalrekening werd geaccepteerd. De commissie achtte invoering ervan mogelijk en wenselijk en verklaarde dat de moeilijkheden voor aanstaande biologen, chemici, medici onder leiding van de leraar op school beter overwonnen zouden kunnen worden dan later bij zelfstandige studie mogelijk zou blijken.

Dat in 1919 een nieuw reglement voor het gymnasium tot stand kwam waarbij in het programma voor de B-leerlingen aan de infinitesimaalrekening een plaats werd ingeruimd, is voor een belangrijk deel te danken aan het gezag van de inspecteur der gymnasia, *Vinkesteyn*, die hoewel zelf classicus, de wiskunde geenszins een kwaad hart toedroeg. Integendeel, de exacte vakken hebben in hem steeds een warm voorvechter gevonden. Hij maakte zelfs deel uit van de hierboven genoemde eerste Nederlandse Onderwijscommissie voor Wiskunde.

Het heeft me verwonderd dat bij het afscheid van Vinkesteyn als inspecteur der gymnasia in 1931, toen hem terecht van vele zijden lof werd toegezwaaid, in de toespraak van de inspecteur van het m.o., *Coops*, met geen enkel woord gewag werd gemaakt van Vinkesteyn's zorg voor de exacte vakken[5].

Ik wil graag nog op een andere factor wijzen ter verklaring van het feit dat de leraar aan het gymnasium eerder en gemakkelijker openstond voor het in praktijk brengen van moderne inzichten dan zijn collega van de h.b.s.: de andere regeling voor het eindexamen. In de twintiger jaren stelde elk gymnasium zijn eigen stel opgaven voor dat eindexamen vast, voor de h.b.s. was er centraal schriftelijk werk. De zorg hiervoor kon de individuele leraar, ook al stond hij open voor nieuwe ideeën op vakgebied, er gemakkelijk van weerhouden in zijn lessen tijd te besteden aan niet-traditionele leerstof. De gesignaleerde vrijheid voor de docent aan het gymnasium zou echter geen stand houden. Vanaf 1935 kregen ook de gymnasia centraal schriftelijk werk voor de wiskunde voorgelegd.
Van een leerplanwijziging voor de h.b.s. die 16 juni 1920 tot stand kwam dus in ongeveer dezelfde tijd als voor het gymnasium kan men bezwaarlijk zeggen dat ze een moderne geest ademde. Wel treffen we bij de leerstof voor de derde klas het onderwerp 'grafische voorstellingen' aan, maar van een doordringing van het algebra-onderwijs met het functiebegrip was nog allerminst sprake.
Het eindexamen bepaalde in sterke mate wat er in de klas onderwezen zou worden en de grafische voorstellingen zouden tot 1931 nog geheel buiten het eindexamenwerk blijven. In de twintiger jaren bleven de eindexamenopgaven gewijd aan de onderwerpen: reeksen, samengestelde interest, exponentiële en logaritmische vergelijkingen. De invloed van het eindexamen op het onderwijs was apert. Vandaar Wijdenes' kreet in 1925 in het voorbericht van het tweede deel van zijn *Algebraïsche Vraagstukken*: 'de opgaven van 1902 kunnen dienen voor 1926, en als men blijft bij het stelsel dat voor het gehele land hetzelfde schriftelijk werk moet worden gemaakt, ook tot 1950'!

4 Liwenagel, een afkorting voor '*Leraren in wiskunde en natuurwetenschappen aan gymnasia en lycea*' werd op 1 april 1921 opgericht, ongeveer vijf jaar eerder dan Wimecos. *Verrijp*, de eerste voorzitter van Liwenagel, heeft de totstandkoming van de groep en de activiteiten ervan tot 1930 uitvoerig beschreven in het royaal uitgegeven '*Gedenkboek ter gelegenheid van het honderdjarig bestaan van het Genootschap van Leeraren aan Nederlandsche Gymnasiën, 1830–1930*'. Het blijkt dat het verlangen tot onderlinge samenwerking reeds vanaf het begin van de eeuw duidelijk merkbaar is geweest en we leren de namen kennen van hen die zich voor de oprichting van Liwenagel verdienstelijk hebben gemaakt. Verrijp zelf was hierbij de onbestreden leider.

In zijn bijdrage aan het Gedenkboek constateert hij dat er in de Groep twee richtingen vallen te onderscheiden. 'Aan den eenen kant staat het betrachten van strengheid en het rekening houden met de historische ontwikkeling, 't welk de wetenschap steeds meer is gaan eischen en 't welk onwillekeurig haar terugslag vindt in het onderwijs, en ten anderen staat daar de psychologie, die helaas dikwijls aangezet en dan vertroebeld door de 'capillarité sociale' ook haar eischen meent te mogen stellen en wel vaak in tegengestelden zin. . . . Beide richtingen ontmoeten elkaar in de wenschelijkheid van het steeds meer tot zijn recht laten komen van het functiebegrip[6].
Verrijp behoorde zonder twijfel tot de eerste groep en in de praktijk betekende dit dat zijn ijver waar het onderwijsherzieningen in groter verband betrof, toch gemakkelijk een conservatief karakter kreeg. 'Het standpunt dat ik inneem – tegenstanders noemen het misschien wel eens, maar dan ten onrechte, het conservatieve, ouderwetsche, of hoe ook – is dit, dat men, zoover mogelijk is, in verband met de bevattelijkheid der op onze scholen thuisbehoorende leerlingen, moet gaan om hen de wiskunde te doen beschouwen als een model-wetenschap wat strengheid betreft'[7]. Uitspraken als deze hadden de tendens polariserend te werken in een ideeënstrijd, waarin destijds een logische en een psychologische richting tegenover elkaar kwamen te staan, met mevrouw *Ehrenfest-Afanassjewa* als representante van de tweede. Sinds 1917 had zij, onder anderen door studiebijeenkomsten ten haren huize, de belangstelling voor de psychologische fundering van het wiskunde-onderwijs trachten te stimuleren. *Reindersma* en *Wolda* schreven leerboeken die met de traditie braken. In 1921 schreef de laatste: 'De wiskunde dreigt zijn goeden naam te verliezen en we gelooven, dat zijn zuiver klassieke methode daarvan de oorzaak is'[8].
Vrees voor achteruitgang van de sociale waardering voor zijn vak deed Verrijp in 1925 een rede besluiten met de kreet: 'En ik mag ten slotte van deze plaats nog wel eens laten hooren, dat het functioneele denken en de wiskunde zóó in allerlei werkelijke wetenschappen tot een eenheid geworden zijn, dat men wel geestelijk blind of van alle intelligentie verstoken moet zijn, om te meenen, dat het onderwijs in de wiskunde niet de eerste plaats in het voorbereidend werenschappelijk onderwijs zou moeten innemen'[9].
Bolkestein, inspecteur van het m.o., de latere minister van onderwijs, wenste die eerste plaats aan onderwijs in de moedertaal toe te kennen.

5 In het eerste jaarverslag van Wimecos lezen we, dat op een vergadering van de vereniging van leraren aan openbare hogereburgerscholen met vijfjarige cursus te Amsterdam besloten werd, dat de wiskundedocenten uit de vereniging bijeenkomsten zouden gaan houden ter bespreking van mogelijke en wenselijke wijzigingen in het wiskunde-onderwijs. Op de vergadering van 5 oktober 1925 bepleitte *Brandsen*, dat de besprekingen in de wiskundecommissie in betekenis zouden stijgen als ze gehouden zouden worden in een algemene vereniging van wiskundeleraren. Men ging zoeken naar contacten met andere plaatsen, o.a. met Groningen, waar Meinsma bij soortgelijke pogingen reeds veel sympathie had ondervonden. Dit leidde er tenslotte toe, dat men voor zo'n algemene vereniging statuten ging ontwerpen.
Op 13 december 1925 viel op een vergadering te Amsterdam het besluit tot oprichting van de geplande vereniging. Een voorlopig bestuur werd aangewezen bestaande uit *Tiddens* (Utrecht) en *Schogt* en *Beeger* (Amsterdam). Op de constituerende vergadering in april 1926 werden de voorlopige bestuursleden definitief aangewezen. Naast bespreking van het ontwerp-leerplan van de commissie Beth-Dijksterhuis en van de voorstellen van deze commissie ter verbetering van de leraarsopleiding werd de hoofdschotel van het Wimecos-werk gevormd door zaken van organisatorische aard.

De bijzonderheden over de Amsterdamse voorgeschiedenis van Wimecos ontleen ik aan de gelukkig gespaard gebleven notulen uit de periode voor de tweede wereldoorlog. Er zullen uiteraard in de dagbladpers en in het lerarenweekblad ook wel mededelingen zijn verschenen, maar achteraf doet het vreemd aan dat over het tot stand komen van een voor het wiskunde-onderwijs in ons land belangrijke organisatie in het '*Bijvoegsel van het Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde*', waaruit later '*Euclides*' zou ontstaan, geen woord te vinden is. Over de oorzaken hiervan kan ik slechts gissen.

6 Het bijvoegsel was in 1924 tot stand gekomen op initiatief van Wijdenes die er tot in 1940 persoonlijk alle zeggensmacht over behield. In de redactie werd hij bijgestaan door Schogt en in het begin ook nog door enige medewerkers, waarvan ik hier alleen de namen Beth en Verrijp wil noemen. *Beth* die weldra algemeen bekend zou worden als voorzitter van de leerplancommissie die naar hem en naar de secretaris *Dijksterhuis* wordt genoemd. Een commissie die ook wel als A-B-C-D-commissie bekend staat, als we de voorletters van de beide andere commissieleden, *Van Andel* en *Cramer*, relief willen geven.
Mededelingen van het Wimecosbestuur en jaarverslagen van Wimecos zouden stellig op hun plaats geweest zijn in het Bijvoegsel dat met ingang van de vierde jaargang tot *Euclides* werd omgedoopt en . . . tegelijkertijd de rij van medewerkers ging missen.
Wat de hoofdoorzaak is geweest van een onbevredigende situatie waarin van stelselmatig samenwerken van Wimecos en Euclides geen sprake was, is me onbekend.
Men krijgt de indruk dat Schogt als mederedacteur van Euclides en als secretaris van Wimecos toch gelegenheid moet hebben gehad betere contacten te stimuleren. Wijdenes zelf stond echter in het begin buiten de rijen van de opkomende

vereniging. Tot 1925 was hij leraar geweest aan een Amsterdamse hogereburgerschool met drie-jarige cursus. Daarna had hij het onderwijs verlaten om zich geheel aan de verzorging van zijn boeken en tijdschriften te kunnen wijden. Daardoor stond hij dus destijds ambtshalve buiten de kring van hen die rechtstreeks, uithoofde van hun functie, in de nieuwe vereniging waren geïnteresseerd. En Wijdenes was een zelfstandige, actieve persoonlijkheid die zonder hulp van anderen (behalve dan uiteraard van de uitgever) het didactisch tijdschrift wel wist te redigeren. Hij is zo lang mogelijk baas gebleven in eigen tijdschrift.

Noch uit mededelingen in het tijdschrift zelf, noch uit de notulen van Wimecos blijkt dat de bijzondere relatie aanleiding tot spanningen heeft gegeven. Op Wimecosvergaderingen werd al heel spoedig gevraagd of Euclides niet officieel orgaan van de vereniging zou kunnen worden, maar de geldelijke gevolgen waren dan al gauw een bezwaar.
De gastvrijheid die Wijdenes in zijn tijdschrift aan Wimecos verleende, werd zeer gewaardeerd en de vereniging uitte haar dankbaarheid door Wijdenes om zijn grote verdiensten voor het wiskunde-onderwijs bij gelegenheid van het 25-jarig jubileum van Wimecos tot erelid te benoemen. Bij deze gelegenheid werd hij geprezen om de nimmer verflauwende energie waarmee hij altijd vooraan had gestaan in de vernieuwing en de verfrissing van ons wiskunde-onderwijs[10].
In deze kwalificatie moet naar mijn mening de klemtoon meer vallen op de verfrissing dan op de vernieuwing. Deze laatste term toch kan tegen de achtergrond van de ideeënstrijd die er in het tweede kwartaal van deze eeuw woedde, gemakkelijk misbegrepen worden. Wijdenes was allereerst consolidator van al het goede dat hij in het overgeleverde systeem meende te kunnen ontdekken. Hij streefde daarbij onvermoeid naar partiële verbeteringen die men dikwijls zonder bezwaar als vernieuwingen mag interpreteren, als men daarmee maar niet wil suggereren dat Wijdenes zou behoren tot de geleidelijk aan sterker wordende groep van hen die leerplan en leermethoden radicaal wensten om te buigen. Hij zou er de markt voor zijn overzichtelijke, systematisch ingedeelde en degelijk uitgegeven boeken maar mee hebben bedorven.
Verslagen van lezingen op algemene vergaderingen gehouden vinden ook in de periode 1925–1940 herhaalde malen hun plaats in Euclides. Voor de beoordeling ervan is het jammer dat in Euclides vaak uit niets bleek dat het verslagen waren van eerder voor Wimecos gehouden lezingen.

7 Men make zich van de intensiteit van het verenigingsleven binnen Wimecos in de vooroorlogse jaren geen al te overdreven voorstelling. De jaarcontributie was veelal *f* 1,– en gezien het geringe ledental kon men met de financiën naar buiten toe niet veel tot stand brengen. Men kwam ermee rond en beschikte in 1934 zelfs nog over een batig saldo van *f* 500,–.
Het aantal leden van Wimecos dat op de jaarvergaderingen verscheen bleef doorgaans beneden de twintig. Vaak was het aantal bezoekers op de ochtendvergadering zelfs lager dan tien! Zo lezen we in de notulen van de jaarvergadering in 1930: ‘Aanwezig zijn de bestuursleden Beeger en Post en de leden

Dijksterhuis, Munzebrock en Schogt'. In de middagvergadering zou het aantal aanwezigen tot 25 stijgen.
In 1931 wees de voorzitter van Wimecos erop, dat de vereniging niet zo'n behoefte had aan een eigen orgaan, omdat Wimecos geen strijdvereniging was en er maar weinig mededelingen waren te doen! Bovendien zouden de kosten een bezwaar worden.
Het ledental van 110 aan het eind van het eerste verenigingsjaar brokkelde geleidelijk aan af tot 87 in 1937. Dan volgt er een markante stijging. Deze was het gevolg van de goed geslaagde buitengewone algemene vergadering van oktober 1937 in de 'Rode Leeuw' te Amsterdam, waar 150 leraren getuigden van hun belangstelling voor het nieuwe leerplan van 27 mei 1937.
Door uitvoerige beantwoording van binnengekomen vragen slaagde inspecteur Van Andel erin misverstanden uit de weg te ruimen en geruststelling te schenken aan hen die door al wat er in de voorafgaande maanden was geschreven verontrust waren[11].

8 Aan de totstandkoming van het leerplan-1937 dat het einde betekende van de tragedie Beth-Dijksterhuis was een geslaagde inspraakpoging binnen Wimecos voorafgegaan.
De beslissing over de in 1926 door de commissie Beth-Dijksterhuis ingediende voorstellen was meer dan tien jaar lang slepende gehouden. Dit moet ongetwijfeld toegeschreven worden aan de invloed van inspecteur Jensema die van de geplande vernieuwing maar weinig moest hebben. Niet hij was het trouwens geweest van wie indertijd het voorstel tot instelling van de reorganisatiecommissie was uitgegaan, maar Bolkestein, de neerlandicus. Jensema heeft zijn leven lang het Thorbecke-ideaal inzake het middelbaar onderwijs hoog gehouden. Dit betekende voor hem een stelselmatig, krampachtig verzet tegen ieder wijzigingsvoorstel dat het karakter van de h.b.s. in zijn oude gestalte dreigde aan te tasten[12].
Het gevolg van Jensema's instelling was dat de voorstellen Beth-Dijksterhuis gedurende zijn inspectoraat geen schijn van kans kregen. Tegen alle voorstellen van de zijde van de docenten voerde Jensema een afmattingsstrijd. Alle acties ten spijt bleef alles bij het oude[13].
In 1931 sprak Wimecos onder leiding van Tiddens zich duidelijk ten gunste van de infinitesimaalrekening uit, maar het zou tot aan Jensema's aftreden in 1934 duren, eer de wind uit een andere hoek ging waaien.
Na Jensema's heengaan kwam de zorg voor het wiskunde-onderwijs te berusten bij inspecteur Van Andel die destijds deel had uitgemaakt van de A-B-C-D-commissie.
Van Andel formuleerde nu een gewijzigd ontwerp-leerplan en zond dat vertrouwelijk aan Wimecos toe met de mededeling dat het College van Inspecteurs prijs stelde op het oordeel van bestuur en leden. Van Andel verzocht echter tevens 'het niet in de pers te willen plaatsen, niet omdat men de openbaarheid schuwt, maar om te voorkomen dat de zaak door inmenging van ondeskundigen vertroebeld wordt'.
De bespreking van het nieuwe ontwerp had plaats in de algemene vergadering van januari 1936, in mei 1937 kwam het nieuwe programma tot stand.

Het eindexamen-ontwerp van Van Andel is niet in discussie geweest. De aanpassing van het eindexamen aan het nieuwe leerplan zou ook achterwege blijven. En de komende oorlog maakte dat van de in 1937 voorgestelde leerplanwijzigingen in de schoolpraktijk bitter weinig terecht kwam.

9 Het ligt voor de hand dat men zowel bij de oprichting van Liwenagel als van Wimecos ook de vraag onder ogen heeft gezien, of het niet beter was h.b.s.-leraren èn gymnasium-leraren in één groot verband te doen opgaan. Maar dit bleek spoedig op bestaande statutaire gronden onmogelijk. Leraren aan de h.b.s. waren immers van het lidmaatschap bij het Genootschap uitgesloten. En Liwenagel bestond formeel uit àlle wiskunde-docenten die lid waren van het Genootschap. Ook als zo goed als alle docenten zouden opgaan in een nieuwe organisatie, dan nog zou formeel 'Liwenagel' blijven bestaan.

De wiskundeleraren bleven dus gescheiden optreden. Toch kwam er nauwere samenwerking. Deze leidde tot de oprichting van de '*Algemene Bijeenkomsten van Wiskundeleraren*'. De stuwende kracht er achter was weer de voorzitter van Liwenagel, Verrijp. Voor de bijeenkomsten werkten Liwenagel, Wimecos, Chr. M.O. en St. Bonaventura samen.
De eerste bijeenkomst viel tussen de 'nulde' vergadering van Wimecos (december 1925) en de 'eerste' (april 1926) en wel op 8 februari 1926[14].

Na de oprichting van *Velibi* in 1926 en van *Velines* in 1930 kreeg het verlangen naar samenwerking tussen alle leraren in de 'exacte vakken' vastere vorm. Op 29 december 1931 viel het besluit tot het instellen van '*eene algemeene bijeenkomst van leeraren in de Wiskunde en de Natuurwetenschappen*'.
Ze zou om de twee jaar worden gehouden in de paasvacantie en wel telkens in het jaar waarin geen Natuur- en Geneeskundig Congres plaats had.
De nieuwe congressen stonden in de jaren 1932 en 1934 onder leiding van Verrijp, in 1936, 1938 en 1940 onder leiding van de in de bezettingstijd door de Duitsers vermoorde De Jong, een bekend voorzitter van het Genootschap. Na de oorlog werden de tweejaarlijkse congressen bij toerbeurt door de voorzitters van de vier samenwerkende verenigingen geleid, de wiskunde-sectie steeds door Wimecos of Liwenagel. Ze hielden stand tot 1970, toen ze door de afnemende belangstelling moesten worden gestaakt. De waardevolle congresverslagen zijn bij Wolters uitgegeven. Het eerste en het tweede congresverslag werden tevens in Euclides opgenomen.

10 Na de oorlog heeft Wimecos pogingen gedaan om te bevorderen, dat het onderwijs uit de impasse zou raken die het gevolg was van het niet op elkaar afgestemd zijn van leerprogramma en eindexamenprogramma. Wimecos heeft daartoe nog in 1949 een rapport aan de inspectie uitgebracht, waarop echter nooit enige reactie is ontvangen.

In 1954 stelde Wimecos een nieuwe commissie in die over de gehele materie van leerstof en eindexamen rapport zou hebben uit te brengen. Tegen veler verwachtingen in werd dit rapport dat met ingrijpende wijzigingen kwam, zowel

ten aanzien van de te behandelen leerstof als ten aanzien van het eindexamen, op 26 februari 1955 met bijna algemene stemmen op een door 119 leden bezochte buitengewone vergadering van Wimecos geaccepteerd[15].
Toen ook de Wiskundewerkgroep van de W.V.O. op 28 maart 1955 en Liwenagel op 16 april 1955 zich achter het nieuwe ontwerp stelden rees de kans dat de voorstellen ook ten departemente succes zouden kunnen hebben, al waren de commissieleden, ontnuchterd door zovele teleurstellingen uit het verleden, er wel van overtuigd, dat er voor uiteindelijk succes nog hard gestreden zou moeten worden.
De commissie had bestaan uit *Alders*, *Bunt*, *Holwerda*, *Vredenduin* en *Wansink*. Vredenduin trad erin op als vertegenwoordiger van Liwenagel. Aan de Wiskundewerkgroep is destijds niet gevraagd ook een vertegenwoordiger aan te wijzen.
Dit vereist misschien enige toelichting.
De Werkgroep had in de jaren 1948–1952 een belangrijk Ontwerp Leerplan Wiskunde opgesteld, dat in Wimecoskringen echter met enige argwaan werd bekeken. De voorstellen maakten een nog al radicale indruk. Door een officiële Werkgroepvertegenwoordiger op te nemen vreesde men te sterk aan die voorstellen gebonden te zullen worden.
In de Wimecoscommissie zaten echter reeds Bunt, Vredenduin en Wansink, die ook aan de voorbereiding van het Ontwerp hadden deelgenomen en die het met vele van de voorstellen erin eens waren geweest. Zij rekenden erop dat ze toch veel waardevols uit de voorstellen tot hun recht zouden kunnen laten komen en daarbij de polarisatie waartoe een Werkgroepvertegenwoordiger zou kunnen leiden, zouden kunnen vermijden. Persoonlijk vreesde ik dat anders de kansen op uiteindelijk succes tot nul zouden zijn gereduceerd.

In een artikel uit de Groene in de zomer van 1955 verschenen, somde *Freudenthal* de radicale veranderingen op die hij in de voorstellen van de Wimecoscommissie aanwezig achtte: invoering van de analytische meetkunde, de integraal- en differentiaalrekening, de waarschijnlijkheidsrekening en de statistiek, juist die gebieden, waar ieder die na het behalen van zijn einddiploma h.b.s. verder gaat studeren, mee te maken zal krijgen. 'Het Wimecosprogramma is een principiële ommekeer. . . . Het zal vermoedelijk de flinkste stap zijn die ooit is gedaan bij de herzieningen van onze onderwijsprogramma's. De h.b.s.-wiskunde breekt met een 90-jarige oude, verouderde traditie'. Aldus Freudenthal.

Een van de belangrijkste veranderingen die naar mijn mening werd voorgesteld, was de vervanging van de beschijvende meetkunde als zelfstandig vak door analytische meetkunde. Hierdoor werd de weg geopend tot opheffing van een hinderlijke divergentie tussen de programma's voor gymnasium en h.b.s.[16].

Het nieuwe programma was er echter in 1955 nog niet. De drie volgende jaren zouden moeilijke jaren worden. In de lerarenwereld ontstond ongerustheid en beroering over de uitvoerbaarheid van de voorstellen. De vrees voor overlading, waarop zo menig hervormingsplan reeds was gestrand, stak de kop op.

Enkele commissieleden hebben ter verdediging van de Wimecos-voorstellen in die jaren herhaalde malen persoonlijk overleg gepleegd met de inspecteurs *Doornenbal* en *Van Dam*.
Onder de indruk van de gerezen kritiek komt dan de Commissie er in 1957 toe aan de Inspectie mee te delen, dat ze de complexe getallen uit haar voorstellen laat vallen en de statistiek niet langer verplicht wil doen stellen. In een brief van 28 juni 1957 wijst ze er tenslotte nog op, dat alle werkelijke verbetering van het wiskunde-onderwijs illusoir zal blijken, als er op het aantal uren dat er voor dat onderwijs beschikbaar wordt gesteld, mocht worden besnoeid.

Een actie van enige Amsterdamse wiskunde-leraren dreigt dan eind 1957 toch nog roet in het eten te gooien. Nieuw overleg wordt noodzakelijk. Maar het verzet wordt opgegeven en op 30 augustus 1958 (staatsblad 171) komen de nieuwe leerplannen tot stand overeenkomstig de gewijzigde voorstellen van de Wimecoscommissie[17].

Ze zouden echter maar korte tijd van kracht blijven! Op de algemene vergadering van Wimecos van 27 december 1958 constateerde ik aan het slot van een door mij gegeven overzicht over de totstandkoming van het nieuwe programma, dat daarmee geen eindpunt was bereikt, maar dat het beschouwd diende te worden als eerste stap op de weg naar aanpassing aan de eisen die tegenwoordig aan een wiskunde-leerplan dienen te worden gesteld.

11 We hebben ons echter in 1958 niet kunnen voorstellen, dat de veranderingen die ons wiskunde-onderwijs nog te wachten stonden, zo snel en zo integraal zouden worden gerealiseerd als het geval zou blijken te zijn.
1958, het was het eerste jaar na de lancering van de eerste spoetnik, een russisch succes dat in Amerika de geesten rijp zou maken voor het inhalen op korte termijn van een onderstelde achterstand in het onderwijs in de wiskunde en de natuurwetenschappen. Er ontstond een hervormingsgolf die spoedig ook de westeuropese landen overspoelde.
Deze viel in Nederland samen met de reorganisatie van geheel ons voortgezet onderwijs, die krachtens Cals' Mammoetwet van 1963 in 1968 zou moeten worden geëffectueerd. En dit betekende de noodzaak van nieuwe wiskunde-leerplannen, voor àlle schooltypen, leerplannen die doordrenkt dienden te worden met alles wat ons in Nederland uit het moderniseringsstreven van dat ogenblik waardevol toescheen.
Veel werk is er in die jaren in tal van kringen tot dit doel verzet. De belangrijkste taak bij de overschakeling van v.h.m.o. naar m.a.v.o., h.a.v.o. en v.w.o. kwam te berusten bij een in 1961 geïnstalleerde staatscommissie, de *Commissie Modernisering Leerplan Wiskunde*[19]. Deze CMLW kreeg een zeer ruim gestelde opdracht, de mogelijkheid tot het doen houden van didactische experimenten en de taak tijdig nieuwe leerplannen samen te stellen. Monna trad vanaf het begin op als secretaris van de commissie, tot 1967 was Leeman voorzitter, daarna Freudenthal. De invloed van de CMLW is zeer groot geweest. De invloed zou nog groter worden na de stichting van het IOWO, het Instituut voor de Ontwikkeling van het Wiskunde-Onderwijs, dat zijn belangstelling zou gaan uitstrekken tot geheel ons niet-universitair onderwijs, vanaf de kleuterschool.

Wimecos had bij de totstandkoming van de CMLW hierin geen vertegenwoordigers aan te wijzen, al zou de samenstelling wel zodanig worden dat er ook leden in zouden worden opgenomen die geacht konden worden Wimecos-standpunten te vertegenwoordigen. De autonome adviestaak die Wimecos tot dusver had kunnen uitoefenen kwam echter te vervallen. Het hoofdaccent van de invloed die nog kon worden uitgeoefend kwam te liggen bij de informele contacten.
De besprekingen in de CMLW waren geheim, maar over de conclusies die bereikt konden worden verschenen voorlopige en definitieve nota's, waardoor de opvattingen van de commissie langzamerhand naar buiten doordrongen. Een zeer belangrijk arbeidsveld voor de commissie lag op het terrein van de herscholingscursussen voor volledig bevoegde wiskunde-docenten. Deze werden in de jaren vanaf 1968 op althans wetenschappelijk verantwoorde wijze behoorlijk ingelicht over de nieuwe leerstof die ze na invoering van de nieuwe leerplannen weldra zelf te onderwijzen zouden krijgen.
Op 30 oktober 1967 had er in Utrecht een buitengewoon belangrijke vergadering plaats, geleid door de Wimecos-voorzitter *Groeneveld*, die in de jaren 1960–1968 bijzonder veel werk heeft moeten verzetten in verband met de ophanden zijnde reorganisatie[19].

Er kwam een gemeenschappelijke ledenvergadering van Wimecos, Liwenagel en de Wiskunde-werkgroep van de W.V.O., waarin de discussienota's van de CMLW inzake de nieuwe leerplannen door een deskundig forum voor de talrijke aanwezigen zouden worden toegelicht. Er is door de leden van het forum op deze straf geleide vergadering tot in details gereageerd op de vele, vantevoren ingezonden vragen, soms wel wat autoritair, maar de mogelijkheid om vanuit de vergadering op de gegeven toelichtingen in te gaan was nu eenmaal zo goed als uitgesloten. Wie van de aanwezigen verwacht mocht hebben dat de discussies zouden kunnen leiden tot wijzigingen in de opgestelde plannen kwam bedrogen uit. Maar er zullen stellig maar weinig leraren meer geweest zijn die in de situatie zoals die was gegroeid die kans op wijzigingen nog aanwezig zullen hebben geacht. Het was geen 'inspraak'-bijeenkomst, het ging louter om het op efficiente wijze doorgeven van informatie.

Evenals dat het geval was met de Wimecosvergadering van 1937 droeg ook deze van 1967 ertoe bij, dat velen enigszins gerustgesteld konden worden over de consequenties van de in de laatste fase van voorbereiding gekomen reorganisatieplannen.
De belangstelling voor ons verenigingsleven bleek er aanmerkelijk door versterkt. Er traden 109 nieuwe leden toe, waardoor het ledental van Wimecos tot bijna 800 steeg. Dat van de NVWL zou in 1975 oplopen tot ongeveer 2000. Die grote toevloed zou mede te danken zijn aan het algemenere karakter dat de vereniging kreeg door ook mavo-leraren toe te laten.
Als men zich het verzet herinnert waartoe in het verleden voorstellen tot partiële programmawijzigingen de leraarswereld hebben weten te prikkelen, dan kan men zich er over verwonderen, dat de voorstellen tot integrale wijziging van ons wiskunde-onderwijs die in de zestiger jaren ons land overspoelden, als het ware gelaten door het corps werden aanvaard.

12 Met bovenstaande herinneringen aan de vergadering van 1967 zou ik mijn terugblik op het Wimecoswerk kunnen besluiten om mededelingen over de activiteiten van de NVWL tot 1976 over te laten aan hem of haar die in 1993 zal schrijven over het werk van de NVWL in de eerste kwarteeuw van zijn bestaan. Eén aspect van de ingetreden verandering dient hier echter bijzonder relief te krijgen. De 'didaktiek', mirabele dictu eens het stiefkind bij tal van Wimecos-bemoeiingen, is in het werk van de NVWL sterk op de voorgrond getreden. De zorg ervoor bepaalt een groot deel van de tegenwoordige activiteiten van onze vereniging. Voor een deel houdt deze kentering verband met de invloed door de CMLW en het IOWO op ons onderwijs uitgeoefend.

Voor de in 1971 ingestelde *Didaktiekcommissie* van de NVWL ligt thans een breed arbeidsveld braak. De Commissie tracht te komen tot het duidelijker formuleren van de doelstellingen van ons wiskunde-onderwijs dan in het verleden mogelijk is gebleken. Vroeger bleven hervormingen van het wiskunde-onderwijs vaak beperkt tot het aanbrengen van partiële wijzigingen in vigerende programma's, terwijl het onderwijs, het lehren und lernen, zelf eigenlijk buiten beschouwing bleef. De Didaktiekcommissie zal zich ook gaan bezighouden met de te volgen strategieën ter bereiking van de te formuleren doeleinden, met de didactische werkvormen die optimaal leersucces beloven en met de hulpmiddelen die het leerproces zo efficiënt mogelijk zullen kunnen ondersteunen[20]. De inhoud van Euclides en de agenda voor onze algemene vergaderingen dragen van de gewijzigde inzichten reeds duidelijke sporen. Voorlichting van de leden dient niet beperkt te blijven tot wiskundige bijscholing, maar moet het werk in de klas op de voorgrond plaatsen. Ook de structuur van onze vergaderingen is in dit didactisch perspectief anders geworden. Lange inleidingen worden vermeden en vervangen door discussies in kleinere groepen, waardoor een groter aantal leden aan de meningsvorming kan deelnemen.

Een paar activiteiten uit de voorbije Wimecos-periode mag ik in mijn overzicht niet onvermeld laten. In de eerste plaats denk ik hierbij aan het werk van de *Nomenclatuurcommissie* onder *Vredenduin*, die in 1959 over haar conclusies rapport heeft uitgebracht[21]. De voorstellen van de Commissie werden in een bijeenkomst met auteurs besproken, waarna ze in een gecombineerde vergadering van Wimecos en Liwenagel met algemene stemmen werden aanvaard. Het succes van de Commissie komt tot uitdrukking in het feit dat de auteurs destijds de voorgestelde nomenclatuur hebben overgenomen, terwijl er eveneens bij het opstellen van eindexamenopgaven rekening mee werd gehouden. De recente modernisering van ons wiskunde-onderwijs naar vorm en inhoud heeft ertoe geleid dat de nomenclatuurproblemen sinds 1968 eer zijn toegenomen dan afgenomen, zodat de genoemde commissie onder Vredenduin, zij het in gewijzigde samenstelling, haar werk tot op heden heeft moeten voortzetten.

Als historische bijzonderheid vermeld ik nog dat er veertig jaar geleden ook al een Nomenclatuurcommissie voor wiskunde heeft bestaan!
De Algemene Bijeenkomst van Wiskundeleraren van 1928 gaf aanleiding tot

het instellen van zo'n commissie, die tot stand kwam op initiatief van *Van Dantzig* en o.a. Schogt en Dijksterhuis onder haar leden telde. Een eindrapport heeft deze commissie echter nooit uitgebracht.

Ook wijs ik hier nog graag op een paar wiskunde-uitgaven van onze vereniging. In 1957 verschenen in Euclides '*250 opgaven in de geest van het ontwerp-leerplan van de Wimecos-commissie*', die daarna als zelfstandige uitgave in de handel werd gebracht en tal van herdrukken beleefde. Evenzo kwamen in de NVWL-periode tot stand de '*Opgaven voor Wiskunde -I en II*' (1971) en de '*Opgaven Wiskunde havo*' (1975).

13 Het bestuur van onze vereniging heeft in de loop van een halve eeuw zijn werkzaamheden enorm zien toenemen. Dit komst enigszins tot uitdrukking in het aantal bestuursleden. Dit bleef in de jaren tot en met de tweede wereldoorlog beperkt tot drie, zonder dat er ooit over uitbreiding gesproken behoefde te worden. In 1949 werd het aantal bestuursleden op vijf gebracht. In de zestiger jaren en vooral na de totstandkoming van de NVWL bleek er zoveel werk te verzetten, dat het aantal thans tot acht is uitgebreid.

In de onderstaande tabel gelden de opgaven van de zittingsduur slechts bij benadering. Een complicatie bij Wimecos was dat het verenigingsjaar samenviel met het cursusjaar en niet met het kalenderjaar, terwijl de bestuurswisselingen plaats hadden op de algemene vergaderingen die in de kerstvacantie, soms in december, soms in januari, werden gehouden. We hebben bij het opgeven van de zittingsduur tal van malen enkele dagen in december of enkele dagen in januari buiten beschouwing gelaten.
Voorts wijs ik erop, dat voorzitter, secretaris en pennigmeester niet in functie gekozen werden, maar dat het bestuur ten allen tijde vrij is in het verdelen van de functies. Enkele niet-officiële verschikkingen, soms van tijdelijke aard, zullen daardoor in mijn overzicht bij gebrek aan betrouwbare gegevens niet tot uitdrukking gekomen zijn.

Voorzitter		*Secretaris*	
Tiddens	1925–1936	Schogt	1925–1929
Spijkerboer	1937–1946	Post	1930–1938
Buzeman	1947–1948	Tekelenburg	1939–1956
Janssen	1949–1954	Hufferman	1957–1963
Wansink	1955–1961	Maassen (A.)	1964–1969
Groeneveld	1962–1969	Maassen (J. W.)	vanaf 1970
Van den Briel	1970–1974		
Vredenduin	1974–1975		
Korthagen	vanaf 1975		

Penningmeester		*Overige bestuursfuncties*	
Beeger	1925–1936	Alders	1954–1968
Bottema	1937–1941	Van Beek	vanaf 1969

Buzeman	1941–1946
Janssen	1947–1948
Gribnau	1949–1953
Tekelenburg	1953–1954
Brinkman	1955–1960
De Jong	1960–1965
Van Dormolen	vanaf 1965

Bozuwa	vanaf 1973
Buzeman	1949–1954
Gribnau	1953
Groeneveld	1961
Hufferman	1955–1956
Hufferman	1964–1966
De Jong	1956–1960
Kindt	vanaf 1968
Lenstra	1961–1964
Mahieu	vanaf 1974
Muskens	1969–1974
Den Otter	1969
Van Vliet	1964–1967
Vredenduin	vanaf 1956
Wansink	1949–1954

14 Het behoeft ons niet te verwonderen, dat onze organisatie ook wel eens aan kritiek heeft blootgestaan.
Tijdelijke spanningen tussen ons en andere groeperingen van leraren laat ik daarbij buiten beschouwing. De mechanica-brandstof die in het verleden tot ernstig meningsverschil met Velines heeft geleid is sinds lang opgebrand!
In een historisch-sociologische studie, een skriptie verzorgd aan de NEH te Rotterdam, vond ik punten van kritiek over de aard van de organisatie van Wimecos-NVWL[22]. Zo was het de bewerker opgevallen dat het bestuur niet de verplichting had op de jaarvergaderingen verantwoording over het gevoerde beleid af te leggen; een afzonderlijk agendapunt zal men namelijk hiervoor op de agenda niet aantreffen.
Verder wordt er gewezen op de oligarchische structuur van de vereniging. Deze zou blijken uit:
a een te lange zittingsduur van tal van bestuursleden;
b de vervulling van bestuursfuncties na enkelvoudige kandidaatstelling door het bestuur;
c een opvallende cumulatie van functies bij zittende bestuursleden.
Ook wijst de bewerker van de skriptie er nog op, dat er soms belangrijke beslissingen genomen worden door zeer kleine groepen van leraren. Voorts verklaart hij met verwondering te hebben ontdekt dat er in het bestuur van de vereniging nog nimmer een vrouw werd opgenomen. Dit laatste is een verwijt dat voor Liwenagel stellig niet gemaakt had kunnen worden.

De hier opgesomde verwijten zijn niet alle uit de lucht gegrepen. Maar het tableau van werkzaamheden waarbij de NVWL rechtstreeks of indirect betrokken is heeft een zodanige omvang dat ik het verwijt van de oligarchische structuur (een regering van weinigen) niet meer terzake vind, stellig niet meer voor de zeventiger jaren.

We laten tot slot een deel van de activiteiten waarin de NVWL betrokken is de revue passeren. Enkele ervan zijn trouwens al eerder genoemd.

De belangrijkste relatie is die van de NVWL tot Euclides. De tijdschriftredactie wordt door de vereniging benoemd, ze brengt op de algemene vergaderingen van de vereniging verslag uit. Ernstige kritiek is er nooit naar voren gebracht. Integendeel, waardering voor het redactiebeleid is er bij herhaling uitgesproken, in het bijzonder voor de indringende wijze waarop aan problemen van vakdidaktische aard relief wordt gegeven.
Sinds 1952 verzorgt onze vereniging een leesportefeuille, waarvan het de hoofdbedoeling is de belangstelling van de Nederlandse wiskunde-docent voor didaktische lectuur uit het buitenland te stimuleren.
Regelmatige contacten zijn er met het *Wiskundig Genootschap* en met het *Mathematisch Centrum*. Het W.G. dat al bijna twee eeuwen lang de bevordering van de wiskunde als wetenschap nastreeft, wenst daarbij de onderwijsbelangen niet te veronachtzamen. Het is usance dat een vertegenwoordiger van Wimecos of Liwenagel, thans van de NVWL deel uitmaakt van het bestuur. Het programma van de winterbijeenkomst wordt steeds afgestemd op de belangstelling die men bij de leraren aanwezig mag achten.
Het Mathematisch Centrum te Amsterdam heeft zich sinds zijn oprichting in 1946 op velerlei wijze voor onderwijsproblemen geïnteresseerd. Dit blijkt mede uit de jaarlijkse vacantiecursussen die speciaal voor leraren zijn bedoeld. De voorzitter van Wimecos-NVWL is voorzitter van de commissie die jaarlijks de vacantiecursus voorbereidt.
Met de *Pedagogische Centra* is er in het verleden veelvuldig contact geweest, in het bijzonder door onze deelname aan de *Coördinatiecommissie* uit de zestiger jaren. Veel contacten zijn er voorts geweest met het *Pedagogisch Instituut van de Rijksuniversiteit te Utrecht*, dat aan de Wimecos-commissie bij de samenstelling van de reeds genoemde '250 opgaven' hulp en gastvrijheid heeft verleend.
Verder is er nog de band met de *Raad van Vakgroepen*, samengesteld uit de voorzitters van alle verenigingen van vakdocenten.
Formele en informele contacten heeft onze vereniging met de in 1964 tot stand gekomen *Commissie Opleiding Leraren* (COL), de commissie-Drewes, die in 1966 haar eerste rapport uitbracht.
Collega's uit Luxemburg en België bezochten en bezoeken onze vergaderingen. Over de studiedagen te Arlon en over de Belgische vervolmakingscursussen vindt men tal van keren verslag uitgebracht in Euclides. Nauw zijn de contacten met de *Vlaamse Vereniging Wiskundeleraars* die soms met ons een gezamenlijk congres organiseert.
Het bezoek van leden van de NVWL aan internationale didactische congressen zoals die in 1969 en in 1972 te Lyon en in Exeter gehouden werden wordt door subsidie uit de verenigingskas gestimuleerd. Nu het Ministerie van Onderwijs en Wetenschappen de subsidie aan de Nederlandse Onderwijscommissie voor Wiskunde ten behoeve van het werk van de Nederlandse Wiskunde-Olympiade gaat staken, overweegt de NVWL door subsidie uit de verenigingskas voortzetting van het bedreigde werk mogelijk te blijven maken.

Ik ben ervan overtuigd dat de gegeven opsomming nog onvolledig is gebleven. Maar ze kan stellig dienen om de veelzijdigheid van het NVWL-werk duidelijk

te maken. In hoeverre daarbij nog van een cumulatie van taken bij zittende bestuursleden sprake zou zijn (één van de 'klachten' uit de NEH-skriptie) laat ik in het midden. Vaak moet het bestuur zo'n cumulatie nog noodgedwongen aanvaarden.

Als de verheugende stijging van het ledental[23] blijft voortgaan en steeds meer leden zich voor verenigingswerk beschikbaar gaan stellen, zal ook de klacht over de oligarchische struktuur die ik citeerde radicaal tot het verleden gaan behoren.

Arnhem, 9 april 1976.

Noten

1 Zie: Euclides 32, p. 1 e.v.; *Een nieuwe fase in het bestaan van Euclides.*

2 Zie: Schrek, *Het Meraner Leerplan, zijn geschiedenis en zijn invloed op het Duitse Wiskunde-onderwijs*; voordracht gehouden op de Tweede Algemene Bijeenkomst van Wiskunde-leraren op 26 februari 1927; Weekblad Leraren p. 880 e.v.
Deze voordracht werd in Euclides niet opgenomen.

3 Zie: Wiskundig Tijdschrift 14, p. 123 e.v.

4 Zie: *De strijd om de differentiaal- en integraalrekening in Nederland* in mijn Didactische Oriëntatie voor Wiskundeleraren I, p. 115 e.v.; 1971.

5 Zie: Weekblad Leraren, 25 december 1931.

6 Zie: Gedenkboek Genootschap 1830–1930; p. 103.

7 Zie: Euclides 2, p. 7; 1925.

8 Zie: G. Wolda, *Meetkunde* I, p. 3.

9 Zie de op 28 augustus 1925 voor Liwenagel gehouden voordracht, opgenomen in Euclides 2, p. 32 e.v.

10 Zie: Euclides 26, p. 181, *Herdenking 25-jarig bestaan van Wimecos.*

11 Zie: Euclides 14, p. 72 e.v.; *Het nieuwe Wiskunde-leerplan.*

12 Voor een vollediger karakterisering van inspecteur Jensema verwijs ik graag naar Bottema's bijdrage in het *Gedenkboek Hogere Burgerschool Groningen*, 1864–1964; p. 28 e.v.

13 In de vergadering van 29 december 1931 waarin het besluit viel tot het bepleiten van de wenselijkheid differentiaal- en integraalrekening op de h.b.s. te doen onderwijzen, verklaarde Jensema niet tegen invoering van deze leerstof te zijn, maar dat hij deze gegeven wenste te zien door de mechanica-leraar als inleiding tot de mechanica. Aldus werd besloten.
Maar alles bleef bij het oude.

14 Zie: Weekblad Leraren 1926–1927, p. 887 e.v. en p. 912 e.v.
Op deze bijeenkomst besprak Van Os de transformaties verschuiving, spiegeling, rekking en hun samenstellingen. Zie p. 967. Het was een onderwerp dat in het licht van het toen al een halve eeuw oude Erlanger programma betekenis had voor ons wiskunde-onderwijs en het weer een halve eeuw later eindelijk zou krijgen. Het door Van Os besprokene zou in Euclides echter niet worden opgenomen. De ter vergadering uitgesproken wens dat het Van Os zou mogen gelukken het gehele meetkunde-onderwijs in zijn geest te doen behandelen zal stellig bij Wijdenes die over opname had te beslissen weinig weerklank gevonden hebben.

15 Zie: Euclides 30, p. 149 e.v.

16 Zie voor de betekenis door mij eertijds gehecht aan de beschrijvende meetkunde als leervak voor de h.b.s., Euclides 34, p. 294 e.v.

17 Zie: Euclides 34, p. 65 e.v.; *Het nieuwe leerplan.*
Ook het commentaar van de inspecteurs Gribnau en Van der Neut in Euclides 35, p. 17 e.v.

18 Zie: Euclides 37, p. 144 e.v.

19 Zie: *De discussienota's*, Euclides, 43, 0. 97 e.v.

20 Zie: Euclides 46, p. 8 e.v. en Euclides 48, p. 241 e.v.

21 Zie: Euclides 35, p. 49 e.v. en Euclides 48, p. 241 e.v.

22 De titel van deze skriptie was: *Verenigingen van vakdocenten in Nederland, 1971*. Het gedeelte ervan dat betrekking had op Wimecos en de NVWL werd bewerkt door Gerrit Baars. Namens de faculteit der sociale wetenschappen van de NEH te Rotterdam is erop gewezen dat het verschenen verslag niet beschouwd mag worden als een formele publicatie van het Sociologisch Instituut. De skriptie bevat over alle verenigingen van vakdocenten hier te lande waardevolle data.
23 Een volledig, betrouwbaar overzicht van het ledenverloop van onze vereniging in de 50 jaar kan ik hier niet geven. Wel volgen hier enige aantallen die over het ledentalverloop een globaal beeld verschaffen.

1925:	100	1940:	234	1955:		1970:	1488
1930:	106	1945:	251	1960:	510	1975:	2103
1935:	288	1950:	330	1965:	652		

Stichting opleidingen statistiek

De Stichting Opleidingen Statistiek en het Economisch Instituut te Tilburg gaan medio september 1976 van start met de mondelinge cursussen voor de in 1977 te houden examens in:

Algemene Statistiek
Statistisch Assistent-VVS
Statistisch Analist-VVS
Statisticus-VVS
tentamen wiskunde
tentamen verplichte capita

Voor nadere informatie of een brochure kunt U zich wenden tot het secretariaat van de Stichting Opleidingen Statistiek, Weena 700 te Rotterdam, telefoon 010-116181 tst. 2126.

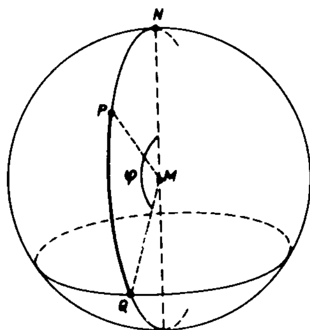
Verscheidenheden

PROF. DR. O. BOTTEMA

Delft

XCIX Uit en thuis op de bol

Een vraag uit de recreatieve meetkunde is de volgende. Uit een punt P op de aardbol gaat men over de afstand d zuidwaarts naar Q, vandaar over dezelfde afstand oostwaarts naar Q_1 en tenslotte over de afstand d noordwaarts naar P_1. Kan men P zo kiezen dat P_1 met P samenvalt? Het bekende antwoord luidt bevestigend: men vertrekke uit de noordpool N; door dat punt gaan alle meridianen, alle kamers liggen er op het zuiden, voor elke d is men na de tocht weer thuis.
Op een hoger niveau, maar reeds doorgedrongen tot de puzzle rubriek van een dagblad[1] ligt de opmerking dat er méér punten P zijn, die (bij passende keuze van d) aan de vraag voldoen. Ligt P niet in N dan kan P_1 blijkbaar alleen dan met P samenvallen als Q_1 het met Q doet. Dat is het geval als d gelijk is aan n maal de omtrek van de breedtecirkel door Q, waarbij n een geheel getal is. Bij de oostwaartse verplaatsing van Q naar Q_1 gaat men dan n maal de wereld rond.
Om na te gaan of de situatie inderdaad mogelijk is kan men de figuur het best uit Q opbouwen. Wij nemen de straal van de bol als lengte-eenheid; d is dan gelijk aan de in radialen gemeten boogafstand δ van P tot Q. Laat de hoek NMQ gelijk zijn aan φ $(0 < \varphi < \pi)$, dan is de omtrek van de breedtecirkel door Q gelijk aan $2\pi \sin\varphi$ (fig. 1). Neem eenvoudshalve voorlopig maar



$n = 1$; dan moet $\delta = 2\pi \sin \varphi$ van Q uit naar het noorden worden afgepast om P te krijgen. Maar, zal er een oplossing gevonden worden, dan mag deze boog niet over N heen schieten. Nodig en voldoende is derhalve $\delta \leqq \varphi$ of wel

$$\sin \varphi \leqq \frac{1}{2\pi} \varphi. \tag{1}$$

In fig. 2 zijn de beide leden van (1) als functies van φ geschetst; de grafieken zijn respectievelijk de sinusoïde en de rechte die O verbindt met het punt $B_1 = (2\pi, 1)$. Het snijpunt S_1 heeft de abcis φ_1 gelegen in het tweede kwadrant. Het is duidelijk dat voor Q alleen de waarden van φ in aanmerking komen die voldoen aan $\varphi_1 \leqq \varphi < \pi$; Q moet liggen binnen of op een zekere op het zuidelijk halfrond gelegen breedtecirkel. Men zou φ_1, wortel van een transcendente vergelijking, met een beperkte nauwkeurigheid grafisch kunnen bepalen.

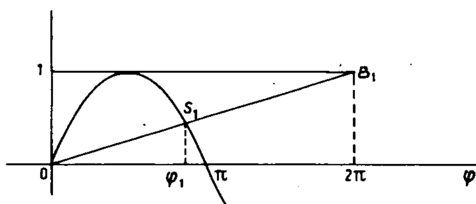


fig. 2.

Beter gaat het met een sinustafel en enig proberen. Voor $\varphi = 150° = 5/6\,\pi$ rad. is $\sin \varphi = \frac{1}{2}$, waaruit volgt $\varphi_1 > 150°$. Voor $\varphi = 154°$ is $\sin \varphi = 0.438$ en $\varphi/(2\pi) = 154/360 = 0.428$: voor $\varphi = 155°$ krijgt men $\sin \varphi = 0.423$ en $\varphi/(2\pi) = 155/360 = 0.431$. Het blijkt dus dat φ_1 in ligt tussen 154° en 155°; daaruit volgt dat *Q ligt binnen een cirkel om de zuidpool met een straal van ruim 25°*, iets groter derhalve dan de zuidelijke poolcirkel.

Voor willekeurige n moet gelden $2\pi n \sin \varphi \leqq \varphi$; voor elke n bestaat er voor φ een grenswaarde φ_n, gevonden uit het snijpunt van de sinusoïde met de lijn OB_n, waarbij $B_n = (2\pi n, 1)$; er geldt $\varphi_{n+1} > \varphi_n$ en voor toenemende n nadert φ_n tot π. Uit de figuur blijkt dat men een redelijke benadering van φ_n(altijd een iets te grote waarde) zal krijgen door OB_n te snijden, niet met de sinusoïde zelf, maar met haar raaklijn in het punt $\varphi = \pi$. Uit $2\pi n(\varphi - \pi) = \varphi$ volgt $\varphi_n \sim 2\pi^2 n/(2\pi n + 1)$ rad., of wel

$$\varphi_n \sim \frac{\pi n}{2\pi n + 1} \cdot 360 \text{ graden.} \tag{2}$$

Voor $n = 1$ geeft dit een waarde van iets meer dan 155°; de benadering voor b.v. $n = 2$ en haar verificatie met de sinustafel laten wij de lezer.

Zij nu het vertrekpunt P gegeven; laat $\angle NMP = \alpha$, $(0 < \alpha < \pi)$. De bijbehorende waarde van φ volgt uit

$$\varphi - 2\pi n \sin \varphi = \alpha, \tag{3}$$

waarvan de oplossing gevonden wordt door (fig. 3) de sinusoïde te snijden met de rechte door $(\alpha, 0)$ evenwijdig met OB_n. De conclusie is: *bij elk, van de polen verschillend, punt P bestaat voor elke n één afstand δ waarmee aan de vraag wordt voldaan.*

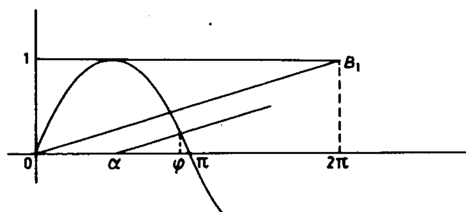


fig. 3.

Om δ te bepalen moet φ uit (3) worden opgelost, waarna $\delta = \varphi - \alpha$. De benaderende waarde die men krijgt door de sinusoïde door de raaklijn te vervangen luidt

$$\delta(\alpha, n) \sim \frac{2\pi n(\pi-\alpha)}{2\pi n+1}, \tag{4}$$

of wel

$$\delta(\alpha, n) \sim \varphi_n(\pi-\alpha)/\pi. \tag{5}$$

Voor een punt P hier te lande ($\alpha = 90-52 = 38°$) wordt δ, voor $n = 1$, ongeveer 122°; men moet tot 70° zuiderbreedte gaan om de tocht te volbrengen.
De vergelijking (3) is van hetzelfde type als de befaamde vergelijking van *Kepler* uit de astronomie, waarvan wij hier volledigheidshalve de bekende afleiding geven.
Afgezien van storingen beschrijft een planeet A een ellips E, waarbij in een brandpunt F de zon staat. (fig. 4). Volgens de tweede wet van *Kepler* verloopt

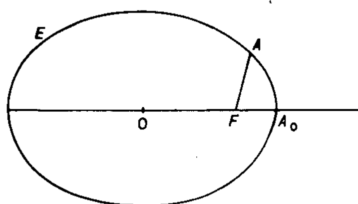


fig. 4.

de beweging met constante perksnelheid; is A voor $t = 0$ in het uiteinde A_0 van de lange as, dan is de oppervlakte van de sector A_0FA evenredig met de tijd t. Het probleem is: de plaats van A te bepalen op het tijdstip t als de baanelementen van E bekend zijn. Laten a en b de halve lange en de halve korte as van E zijn, e de excentriciteit en T de omloopstijd. E is de kromme die uit de

cirkel $(O; a)$ volgt door de affiniteit die de x-coördinaat onveranderd laat en de y-coördinaat vermenigvuldigt met b/a (fig. 5); oppervlakten worden dan ook met b/a vermenigvuldigd. De plaats van A wordt bepaald door de hoek $A_0OA = \varphi$, die de naam excentrische anomalie draagt: $x_A = a\cos\varphi$, $y_A = b\sin\varphi$.

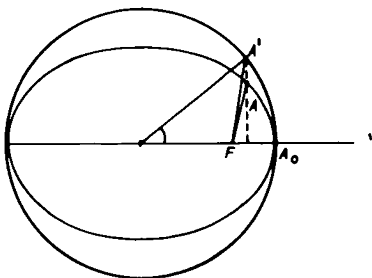


fig. 5.

De oppervlakte van het perk A_0FA is b/a maal die van de figuur A_0FA^1; deze laatste is het verschil van de cirkelsector A_0OA^1 en de driehoek OFA^1, die resp. de oppervlakte $\frac{1}{2}a^2\varphi$ en $\frac{1}{2}ea^2\sin\varphi$ hebben (want $OF = ea$). De oppervlakte van E is πab en de perksnelheid derhalve $\pi ab/T$. Uit dit alles volgt de vergelijking voor φ:

$$\varphi - e\sin\varphi = \frac{2\pi t}{T}. \tag{6}$$

Zij komt met (3) overeen, al is er het voor numerieke berekeningen belangrijke verschil dat de coefficient van $\sin\varphi$ in plaats van $2\pi n$ gelijk is aan e, die voor een ellips kleiner dan één is en in het algemeen weinig van nul verschilt. De vergelijking (6) van *Kepler* wordt in de leerboeken der hemelsmechanica uitvoerig behandeld.[2] Veelal wordt de wortel bepaald door haar te ontwikkelen in een machtreeks naar de excentriciteit e, die voor $e \ll 1$ snel convergeert. Enige coëfficienten van de betrokken reeks zijn reeds in 1770 door *Lagrange* berekend; meer systematisch werden zij in 1824 door *Bessel* bestudeerd,[3] daarbij ontmoette hij de nu naar hem genoemde functies die sindsdien van zo grote betekenis zijn geworden voor de wiskunde en de mathematische fysica.

1 NRC-Handelsblad, 28-9-1974, Z7 (Breinbreker).

2 Zie b.v. F. R. Moulton, An introduction to celestial mechanics, (London, 1923), 158–180; D. Brouwer and G. M. Clemence, Methods of celestial mechanics, (New York–London, 1961), 64–93. In beide boeken wordt beweerd (p. 159, resp. p. 84) dat *several hundreds of methods* bestaan om de vergelijking op te lossen.

3 Zie b.v. G. N. Watson, A treatise on the theory of Bessel functions, (Cambridge, 1944), 6–13.

Examenverslag 1975

VERSLAG

van de commissie in 1975 belast met het afnemen van de staatsexamens H.A.V.O., bedoeld in artikel 60 van de Wet op het voortgezet onderwijs

ALGEMEEN GEDEELTE
Het schriftelijk examen van de H.A.V.O.-kandidaten werd gelijktijdig met de schoolexamens afgenomen op 13, 14, 15, 21, 22, 23 en 26 mei te Amsterdam, Arnhem, Breda, Deventer, Eindhoven, 's-Gravenhage, Groningen, Heerlen, Schiedam en Utrecht.
Het mondeling examen werd afgenomen te 's-Gravenhage in het Haags Montessorilyceum en het Edith Stein College in de periode van 30 juni t/m 19 juli.

TWEEDE PERIODE (HER)EXAMENS
Het mondeling gedeelte werd op 30 augustus en 6 september in Den Haag afgenomen, het schriftelijk gedeelte op 21, 22 en 25 t/m 28 augustus in Amersfoort (zie statistisch overzicht).

DERDE PERIODE (HER)EXAMENS
Het mondeling gedeelte werd op 20, 21 en 22 oktober afgenomen, het schriftelijk examen op 30 en 31 oktober en 3 t/m 5 november, in beide gevallen in Den Haag.
In totaal meldden zich 17 kandidaten voor een aanvullend examen (zie statistisch overzicht).

Wiskunde
Het schriftelijk gedeelte van het examen is door de meeste kandidaten onvoldoende gemaakt. Opvallend is dat veel kandidaten een onvoldoende behalen met één of twee vraagstukken (bijna) helemaal goed terwijl zij de overige vraagstukken helemaal niet gemaakt hebben. Vooral de vraagstukken 3 (goniometrie) en 5 (kansrekening en statistiek) zijn door bijna niemand voldoende gemaakt.
Ook op het mondeling examen blijken genoemde onderdelen alsmede het onderdeel logaritmen slecht gekend te zijn. Veel kandidaten kunnen hun gedachten moeilijk onder woorden brengen.
De sub-commissie krijgt sterk de indruk dat veel kandidaten 'selectief' studeren. Zij vraagt zich af of de gemiddelde kandidaat de inhoud van het programma kent.

De sub-commissie adviseert toekomstige kandidaten zich goed over dit programma te laten informeren.

VERSLAG

van de commissie in 1975 belast met het afnemen van de staatsexamens V.W.O. bedoeld in artikel 60 van de Wet op het Voortgezet Onderwijs

ALGEMEEN GEDEELTE
Het schriftelijk examen van de V.W.O. kandidaten werd gelijktijdig met de schoolexamens afgenomen op 12 t/m 15, 21 t/m 23 en 26 mei te Amsterdam, Arnhem, Breda, Deventer, Eindhoven, 's-Gravenhage, Groningen, Heerlen, Schiedam en Utrecht.
Het mondeling examen werd afgenomen te 's-Gravenhage in het Nederlands Lyceum in de periode van 30 juni t/m 19 juli.

TWEEDE PERIODE (HER)EXAMEN
Het mondeling examen werd op 30 augustus en 6 september in Den Haag afgenomen. Het schriftelijk gedeelte in Amersfoort op 20 t/m 22 en 25 t/m 28 augustus.

DERDE PERIODE (HER)EXAMEN
Het mondeling examen werd in de herfstvakantie afgenomen en wel op 20, 21 en 22 oktober. Het schriftelijk gedeelte op 29 t/m 31 oktober en 3 t/m 5 november. Er meldden zich 2 kandidaten voor aanvullend examen. Zie statistiek.

VIERDE PERIODE
Een aantal kandidaten mag ten gevolg van de bijzondere maatregel m.b.t. de economische wetenschappen II nog een examen in de vierde periode afleggen. Schriftelijk en mondeling examen resp. op 8 en 13 december in Den Haag.

Wiskunde I
De vraagstukken die de kandidaten werden voorgelegd leverden velen van hen ernstige moeilijkheden op. Vooral de tweede opgave, die een differentiaalvergelijking tot onderwerp had, kon door de meesten niet worden opgelost. Het valt dan ook nauwelijks te verwonderen, dat aan nog geen 40% van de kandidaten een voldoend cijfer voor het schriftelijk werk kon worden toegekend. Onder de behaalde cijfers komt zelfs enige malen het cijfer 2 voor, hetgeen betekent, dat elke prestatie ontbrak.
Bij het mondelinge gedeelte van het examen kwamen de lacunes in de kennis van vele kandidaten des te duidelijker aan het licht. Te velen bleken vrijwel niets te weten van die onderwerpen, die in de meeste leerboeken eerst aan het einde behandeld worden. Menige kandidaat formuleerde zeer slordig en

onexact. Uitdrukkingen als 'de top van een functie', 'de snijpunten van twee functies' e.d. waren schering en inslag. Te vaak hoorden examinatoren de mening verkondigen, dat het nul-zijn van de eerste afgeleide van een functie voldoende zou zijn voor het bestaan van een extreme waarde en dat het nul-zijn van de tweede afgeleide (door sommigen ten onrechte de 'dubbele' afgeleide genoemd) altijd een buigpunt zou opleveren. Bij de weinigen, die in staat bleken op correcte wijze een mogelijk buigpunt te onderkennen, bleek dan soms nog de mening postgevat te hebben, dat in een buigpunt de raaklijn altijd horizontaal zou zijn.
Elk jaar opnieuw blijken er kandidaten te zijn, die niet of nauwelijks op de hoogte zijn van de juiste exameneisen. Van al te groot optimisme ten aanzien van deze eisen getuigde de kandidaat, die vóór de aanvang van het examen minzaam meedeelde het onderwerp 'differentiaalvergelijkingen' te hebben vervangen door statistiek en waarschijnlijkheidsrekening.
Tenslotte lijkt het dienstig diegenen die bij een eerder afgelegd H.A.V.O.-examen in de wiskunde zijn geëxamineerd, er op te wijzen, dat zij niet kunnen volstaan met bestudering van de in het H.A.V.O.-programma niet genoemde onderwerpen, maar aan de reeds bestudeerde onderwerpen uitbreiding en verdieping dienen te geven.

Wiskunde II
Bij het overgrote deel van de kandidaten ontbrak de kennis van de meest elementaire onderdelen. De commissie constateerde met name een ontstellend gebrek aan kennis betreffende de afbeeldingen.
Het niet opwekkende beeld van het schriftelijk examen, dat vorig jaar reeds geconstateerd werd, is nog treuriger geworden.
Bij het mondelinge examen constateerde de commissie een onderschatting van het keuze-onderwerp. De commissie gaat er vanuit dat elke kandidaat van zijn keuze-onderwerp minstens een aantal elementaire begrippen en eigenschappen kent en kan hanteren. De kennis van elementaire begrippen van de meetkunde liet eveneens zeer veel te wensen over. Bovendien kwam overduidelijk tot uiting dat zeer veel kandidaten geen inzicht verworven hadden in de stof. De commissie heeft het sterke vermoeden dat een en ander te wijten is aan een onvoldoende voorbereiding op het mondelinge gedeelte van het examen. Dit vermoeden werd gesterkt door de constatering dat veel kandidaten niet verder gekomen waren met hun studie dan het eerste gedeelte van de examenstof.
De commissie constateerde bovendien bij enkele kandidaten grote onzekerheid betreffende het mondelinge examen. Zij hadden aangenomen dat slechts het keuzeonderwerp tot de stof van het mondelinge examen behoorde, of hadden aangenomen dat het keuzeonderwerp toch wel niet ter sprake zou komen.

Statistiek: staatsexamens vwo-havo eerste periode (her)examens vwo-havo tweede en derde periode 1975

HAVO: totaalaanmeldingen 724 m + 354 v = 1078
VWO: totaalaanmeldingen 497 m + 126 v = 623
1701

uitgereikte HAVO-diploma's o.g.v.:	
ministeriële vrijstellingsbeschikkingen (AVO)	13
kandidaten aanvullend examen HAVO	17
kandidaten aanvullend examen VWO	2
schoolkandidaten 2e en 3e periode HAVO	46
schoolkandidaten 2e en 3e periode VWO	30
Totaal t/m 3e periode	1809 kandidaten

examenjaar 1975:

	mondeling examen			*teruggetrokken*			*afgewezen*			*geslaagd*			*1975*	*1974*
	m	*v*	*t*	*m*	*v*	*t*	*m*	*v*	*t*	*m*	*v*	*t*	%	%
HAVO	622	309	931	77	37	114	219	95	314	261	148	409	43.9	42.4
(her)examen	65	29	94											
VWO	415	99	514	56	20	76	164	39	203	138	30	168	32.7	39.7
(her)examen	55	12	67											

De havo-kandidaten die aan het mondeling examen deelnamen kozen per vak de navolgende aantallen:
Ne 880, Fa 273, Du 511, En 860, gs 606, ak 558, wi 317, na 227, sk 218, bi 417, ec 332, hr 107.
De vwo-kandidaten die aan het mondeling examen deelnamen kozen per vak de navolgende aantallen:
Ne 498, La 27, Gr 18, Fa 175, Du 285, En 486, Fr 1, gs 311, ak 286, we 220, wt 42, na 157, sk 150, bi 160, ee 310, et 32
(her)examens 1975
2e en 3e periode

	totaal			*teruggetrokken*			*afgewezen*			*toegelaten*		
	m	*v*	*t*	*m*	*v*	*t*	*m*	*v*	*t*	*m*	*v*	*t*
HAVO	65	29	94	6	3	9	14	3	17	45	23	68
aanvullend examen	5	12	17	–	6	6	3	3	6	2	3	5
schoolkandidaten	20	26	46	2	2	4	4	11	15	14	13	27
VWO	55	12	67	7	–	7	7	–	7	41	12	53
aanvullend examen	2	–	2	–	–	–	1	–	1	1	–	1
schoolkandidaten	11	19	30	–	–	–	3	6	9	8	13	21

Staalkaart van bijeenkomsten voor wiskundeleraren

De afgelopen jaren zijn er ten behoeve van de wiskundeleraren door verschillende organisaties en instituten kursussen en konferenties over allerlei didaktische onderwerpen georganiseerd.
Helaas blijkt er door de verscheidenheid van deze aktiviteiten en door het ontbreken van een onderlinge afstemming nogal wat verwarring bij individuele leraren, sekties en direkties te zijn ontstaan.
Een volledige onderlinge afstemming van deze kursussen en konferenties is op dit moment nog niet goed mogelijk, ook al omdat de doelgroepen waarvoor een en ander georganiseerd wordt niet steeds dezelfde zijn. Toch menen wij een deel van de ontstane verwarring te kunnen wegnemen door het aanbieden van een staalkaart van aktiviteiten in het komende jaar.

A-kursus, bestemd voor wiskundeleraren bij het voortgezet onderwijs.
Thema: leerstofordening.
Organisator: Didactiekcommissie van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren in samenwerking met het Instituut Ontwikkeling Wiskunde-Onderwijs.
Tijd: maandag/dinsdag/woensdagmorgen 18, 19 en 20 oktober 1976 tijdens de najaarsvakantie.

B-kursus, bestemd voor wiskundeleraren bij het voortgezet onderwijs.
Thema: samenwerken.
Organisator: Didactiekcommissie van de NVWL in samenwerking met het I.O.W.O.
Tijd: donderdag/vrijdag/zaterdagmorgen 6, 7 en 8 januari 1977.

C-konferentie, bestemd voor wiskundeleraren bij het voortgezet onderwijs.
Thema: rekening houden met verschillen tussen leerlingen.
Organisator: Didactiekcommissie van de NVWL in samenwering met het I.O.W.O.
Tijd: donderdag/vrijdag/zaterdagmorgen 17, 18 en 19 februari 1977.

CITO-RITP-konferenties, bestemd voor wiskundeleraren bij het voortgezet onderwijs.
Thema: het diagnostisch gebruik van studietoetsen.
Organisator: Centraal Instituut voor Toets-Ontwikkeling in samenwerking met het Research Instituut voor de Toegepaste Psychologie.
Tijd: drie tweedaagse konferenties op vrijdag/zaterdag 22 en 23 oktober 1976 tijdens de najaarsvakantie, op woensdag/donderdag 24 en 25 november 1976 en op dinsdag/woensdag 18 en 19 januari 1977.

S.D.B.W.-bijeenkomsten, bestemd voor wiskundeleraren bij het lbo en mavo.
Thema's: nader te bepalen.
Organisator: Stuurgroep Didaktische Begeleiding Wiskunde.
Tijd: vier à vijf vrijdagmiddagen per werk- en studiegroep.

De wiskundeleraren zullen eind augustus 1976 via hun scholen aanmeldingsformulieren voor deze aktiviteiten ontvangen. Tevens zullen zij dan naast uitvoeriger informatie over deze aktiviteiten, informatie ontvangen over een aantal andere projekten waarvoor echter geen open aanmelding mogelijk is, zoals heroriënteringskursus wiskunde voor het lbo (I.O.W.O.), begeleidingsprojekt Mastery-Learning (K.P.C.) en projekt vierjarig lhno (L.P.C.).

H. Broekman (Didactiekcommissie NVWL)
K. Hollman (K.P.C.)
L. Muskens (R.I.T.P.)
G. Schoemaker (I.O.W.O.)
A. Segaar (S.D.B.W.)
J. Timmer (C.I.T.O.)

Nederlandse Vereniging voor Wiskundeleraen

Contributie 1976–1977
Een dezer dagen zullen de leden van de Ned. Ver. v. Wiskundeleraren een acceptgirokaart ontvangen voor de betaling van hun contributie. Deze bedraagt: voor gewone leden *f* 35.– ; voor leden die Euclides niet via de vereniging ontvangen *f* 15.– ; voor studentleden *f* 21.–.

Leden van de Vlaamse Vereniging van Wiskundeleraren
Deze kunnen via hun vereniging een abonnement tegen gereduceerde prijs krijgen. Voor de jaargang 1976–1977 bedraagt deze *f* 21.–. Zij die reeds een dergelijk abonnement hebben hoeven zich niet opnieuw op te geven: zonder tegenbericht wordt het automatisch verlengd; zij ontvangen een dezer dagen een verzoek tot betaling van de penningmeester van de Ned. ver. v. Wiskundeleraren.

Orienterend colloquium voor leraren

Gedurende het cursusjaar 1976–1977 zal door het Mathematisch Centrum weer een oriënterend colloquium voor leraren worden georganiseerd. Het onderwerp is

GRAFENTHEORIE

Grafentheorie is een onderdeel van de combinatoriek dat diverse interessante toepassingen heeft. Het ligt in de bedoeling dat dit onderwerp behandeld wordt aan de hand van het boekje 'Introduction to graph theory' van R. J. Wilson (prijs: plm. *f* 15,–). Het Mathematisch Centrum kan eventueel bemiddelen bij de aanschaf.
Het colloquium is in de eerste plaats bedoeld voor wiskundeleraren, verbonden aan VWO en HAVO, maar andere belangstellenden zijn eveneens van harte welkom. Tijdens de bijeenkomsten kan desgewenst nagegaan worden in hoeverre uit verschillende onderdelen van de stof een keuzepakket voor Wiskunde II kan worden samengesteld.

Aanvangsdatum:	woensdag 15 september 1976
Tijd:	19.30 (precies)–21.15 uur
Plaats:	Mathematisch Centrum, grote collegezaal
Frequentie:	wekelijks, in de perioden september t/m medio november 1976, en medio januari tot medio maart 1977
Leidinh:	drs. A. Schrijver
Inlichtingen:	A. Schrijver (tst. 74) of J. de Vries (tst. 76)

Om een indruk te krijgen van het aantal belangstellenden wordt ieder die aan het colloquium wenst deel te nemen verzocht zich zo spoedig mogelijk op te geven bij het Secretariaat van het MC (tst. 64) of bij bovengenoemde personen.

Boekbespreking

Prof. dr. Gerhard Holland, *Geometrie für Lehrer und Studenten*, Band I, *Kongruenzgeometrie*; 264 blz., geb. DM 21,80; DM 21,80; 1974; Schroedel Verlag, Hannover.

In deze handleiding wordt er naar gestreefd een systematische opbouw van de meetkunde tot stand te brengen die uitgaat van het afbeeldingsbegrip en die een wetenschappelijk verantwoorde fundering belooft te geven voor de vakkennis van alle wiskundedocenten en van hen die wiskundeleraar hopen te worden.
De titels van de opvolgende hoofdstukken van dit eerste deel zijn: 1. Inzidenz und Anordnung; 2. Strecken- und Winkelmessung; 3. Geradenspiegelung; 4. Drehungen; 5. Verschiebungen; 6. Winkelbeziehung in geometrischen Figuren; 7. Gruppen der Kongruenzabbildungen.
Elk hoofdstuk bevat tevens een aantal paragrafen met '*Didaktische Ergänzungen*' en opsommingen van '*Lernziele*'. Over de weg waarlangs de gestelde leerdoelen bereikt zullen kunnen worden geeft het boek geen commentaar. In zijn voorwoord stelt de auteur uitdrukkelijk vast, dat zijn didaktische opmerkingen geenszins een didactiek voor het wiskunde-onderwijs bedoelen te vervangen. Hij acht een deductieve opbouw van de meetkunde in onze scholen mogelijk noch wenselijk. Voor didactisch commentaar in Holland's geest wordt verwezen naar de leerboekenserie '*Mathematik heute*', eveneens in Schroedel's Verlag verschenen.
Men krijgt de indruk dat werken als het onderhavige wijzen op een ontwikkeling van het wiskundeonderwijs op de Duitse scholen die van didactisch standpunt beschouwd essentieel afwijkt van die welke in ons land wenselijk wordt geacht.

Joh. H. Wansink.

R. Kieslich en Prof. Dr. H. Klages, *Soziale Interaktion in der Gesamtschule, Erfahrungen und Perspektiven der Gesamtschulpraxis*; Projektgruppe SIGS, 237 p.; ingen. DM 14,90; Schroedel Verlag, 1975.

Bij discussies hier te lande worden de ervaringen met de Engelse comprehensive schools en met de Zweedse middenschool veelvuldiger ter sprake gebracht dan die met de Duitse Gesamtschule. Toch lijken me de ervaringen opgedaan bij een aantal belangrijke experimenten, in het bijzonder in Noordrijn-Westfalen en in Berlijn, ook voor de opinievorming in ons land van betekenis.
Over het verloop van de onderhavige experimenten met de Gesamtschule geeft 'Schulversuche und Schulreform' waardevolle documentatie, waarbij ook aan de problemen die er bij de experimenten voor de leerkrachten rijzen,grote aandacht wordt besteed. Een uitvoerige reportage van de opvattingen die bij de experimenten binnen de school bij het onderwijzend personeel naar voren zijn gekomen, geeft aan het boekje een bizonder cachet. We leren eruit, dat de argumenten voor en tegen het nieuwe schooltype niet aan de grenzen van één land gebonden zijn.
Voor allen die belang stellen in de problematiek van de middenschool is ook een artikel uit Pedagogische Studiën van november 1975 van betekenis. De titel ervan luidt: 'Achtergronden van de Bielefeldse schoolexperimenten; middenschool- nieuw onderwijs?'. Het is van de hand van Stuart die een summier overzicht geeft van die experimenten en nagaat in hoeverre er in Nederland reeds op gereageerd werd. Grondslag voor Stuarts overzicht zijn de geschriften van Von Hentig, de auteur van 'Systemzwang und Selbstbestimmung', die gewezen heeft op de leemte in de pedagogische literatuur door het tot dusver ontbreken van een passende filosofie over de plaats die de Gesamtschule en de schoolorganisatie toekomt en daarbij een alternatieve theorie presenteert voor de gangbare neo-humanistische vormingstheorie.
Zowel het boekje uit Schroedels Verlag als het artikel uit Pedagogische Studiën kan ik van harte ter lezing aanbevelen. Pedagogische Studiën is opgenomen in de Leesportefeuille van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren.

Joh. H. Wansink.

Karl Kiesswetter, *Reelle Analysis einer Veränderlichen*, Hochschultaschenbücher, Bibliographisches Institut, Mannheim/Wien/Zürich, 316 pag.

Dit boek is een moderne inleiding in de reële analyse van één veranderlijke. Modern in die zin dat een ruim gebruik gemaakt wordt van verzamelingstheoretische en logische symbolen, notaties en begrippen. Zo introduceert de auteur geen limieten maar limiet*afbeeldingen*, waardoor bijv. aan een Cauchy-rij precies één getal, de limiet van de rij, wordt toegevoegd. Op dezelfde wijze polynoomafbeeldingen, integraalafbeelding etc.
De ondertitel van het werk 'Ein Lern- und Übungsbuch'is terecht. De vele opgaven vormen een integrerend deel. De lezer moet ze voor een goed begrip zeker doorwerken. De schrijver probeert op vele manieren zo duidelijk mogelijk te zijn. Hij belicht vele begrippen van diverse kanten, vat stukken tekst in overzichtelijke schema's samen. Ook de lezer wordt telkens aangespoord schema's, tekeningen e.d. zelf te maken.
De diverse onderwerpen worden heuristisch ingeleid: de lezer krijgt hierdoor a.h.w. behoefte precies te weten waar e.e.a. om draait.
Grote aandacht besteedt de schrijver aan het begrip continuïteit. Dit begrip, geïntroduceerd door 'een kromme in één trek tekenen', krijgt toelichting via een zeer gedegen epsilontiek-beschouwing, waarna plaats wordt ingeruimd voor een topologische beschouwing. Pas op blz. 235 wordt het begrip differentieerbaarheid gedefinieerd. De gebruikte definitie, exemplarisch voor het boek, laat ik hier volgen

> 'Lässt sich $f: D \to \mathbb{R}$ an der stelle $x_0 \in D$ linear durch die Polynomfunktion l mit der Darstellung $l(h) = f(x_0) + \beta_1 \cdot h$ approximieren, so heisst f in x_0 differenzierbar und das dann eindeutig festgelegte β_1, die Ableitung von f an der Stelle x_0. In Zeichen: $\beta_1 = f'(x_0)$'.

De geboden integraalrekening is gedegen. De eigenschappen van de integraalafbeeldingen toegepast op trapfuncties, daarna op regelfuncties leiden tot de Riemann-integraal.
Samenvattend: een prima inleiding in de analyse, die overal aanspoort tot diepere studie.
Aanbevolen voor propedeuse en lerarenopleiding.

W. Kleijne

Arnold Oberschelp, *Elementare Logik und Mengenlehre I*, Hochschultaschenbücher, Band 407, Bibliographisches Institut, Mannheim/Wien/Zürich, 1974, 254 pag.

In dit boek worden die delen uit de logica en de verzamelingenleer besproken, die in de moderne wiskunde impliciet gebruikt worden. Het geheel wordt zeer nauwkeurig opgezet. Telkens worden geïntroduceerde begrippen verduidelijkt met en toegepast op 'concrete' situaties uit de moderne wiskunde en uit het dagelijks leven. Met uiterste zorgvuldigheid ontwikkelt de schrijver het formaliseren van stukken tekst. Opvallend bij de opbouw van de logica is het dat de schrijver heen en weer stapt van de semantiek naar de syntax en omgekeerd. Deze werkwijze bevordert bij de student het ontstaan van een goed inzicht in de onderhavige stof. Helaas heb ik hierbij de semantische tableaux van Beth gemist.
Prijzenwaard is dat in dit studieboekje 'für Studienanfänger' zeer goed het verschil tussen $\Rightarrow$ en $\mapsto$ duidelijk gemaakt wordt.
Speciaal ook de paragraaf 'Beweistypen' is van groot belang voor iedere, toekomstige, wiskundige.
Tot slot wordt duidelijk aangegeven waar bij antinomieën nu eigenlijk de schoen wringt. De lezer wordt bij voortduring aangespoord de vele opgaven te maken. De oplossingen achterin zullen zeker als aansporing werken.
Een belangrijk en nuttig deel van het boek wordt gegeven op de pagina's 219 tot 227: 'Zeichenindex', waarin *alle* gebruikte afkortingen en symbolen met hun betekenis zijn opgenomen.
Kortom, een belangrijk boek voor iedere pre-kandidaats wiskunde-student en zeker voor iedere wiskundeleraar.

W. Kleijne

K. De Munter, R. Holvoet, R. Verhulst, A. Warrinnier, *Omtrent* ℝ, ACCO, Leuven, 1975, 93+VII blz., 145 BF; voor Nederland: Uitgeversmij. De Tijdstroom bv, Lochem, ƒ13.50.

Jaarlijks worden door de Katholieke Universiteit Leuven leergangen, de Vliebergh-Sencieleergangen, georganiseerd ten behoeve van leraren. Dit jaar was de leergang voor wiskunde gewijd aan het reële getal. Gedurende acht middagen hebben 250 Vlaamse leraren aan de cursus deelgenomen onder leiding van de vier bovengenoemde auteurs. Besproken werd datgene wat voor een leraar als achtergrondkennis noodzakelijk is om een juist inzicht te krijgen in de structuur van het reële getal.
In het eerste hoofdstuk wordt ingegaan op de verschillende manieren waarop het reële getal gefundeerd kan worden. Uitvoerig wordt de methode van Dedekind besproken. Evenals bij Papy speelt bij Dedekind de ordening een centrale rol. Vandaar dat het tweede hoofdstuk gaat over orderelaties, maximale en minimale elementen, maximum en minimum, supremum en infimum.
In het derde hoofdstuk voert Rik Verhulst volgens een originele manier de reële getallen in. Hierover straks meer.
In het vierde hoofdstuk wordt ingegaan op oneindige kardinaalgetallen en zien we ondermeer dat er meer reële getallen zijn dan rationale en dat er evenveel reële getallen zijn als deelverzamelingen van ℕ.
Ten slotte wordt de verzameling van de reële getallen uitgebreid met twee nieuwe elementen, ∞ en $-\infty$, waardoor de verzameling $\overline{\mathbb{R}}$ ontstaat. Uiteraard geschiedt dit om topologische redenen en wordt nu dan ook de topologie van $\overline{\mathbb{R}}$ behandeld. Fundamentele topologische begrippen en stellingen komen aan de orde, zoals compactheid, de verzameling van Cantor, de stellingen van Heine-Borel en van Bolzano-Weierstrasz en de tussenwaardestelling voor continue functies.

Ook de lezer die met deze onderwerpen redelijk vertrouwd is, zal het boekje met genoegen lezen. Het is helder geschreven en van aardige opgaven voorzien.
Het meest heeft mij het derde hoofdstuk getroffen. Vandaar dat ik op de inhoud ervan nader wil ingaan. Zoals bekend heeft Papy een methode gevonden het reële getal op wiskundig verantwoorde wijze in te voeren zo, dat ook leerlingen het kunnen volgen. Hij gaat daarbij uit van de gehele getallen, voert dan ineens de reële getallen in en ten slotte de rationale getallen als deelverzameling van de reële. Het schijnt dat velen daar didactisch bezwaar tegen hebben. Rik Verhulst heeft een methode ontworpen die ook wiskundig verantwoord is en goed begrijpelijk, maar waarbij eerst de gehele, daarna de rationale en ten slotte de reële getallen ingevoerd worden. Omdat ik de methode zo interessant vind, wil ik de hoofdlijnen ervan hier weergeven.
Hij maakt gebruik van twee afbeeldingen die elk samenstelling zijn van twee projecties. Zie fig. 1 en fig. 2.

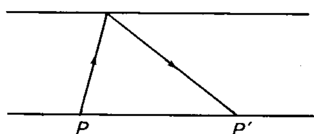


Fig. 1.

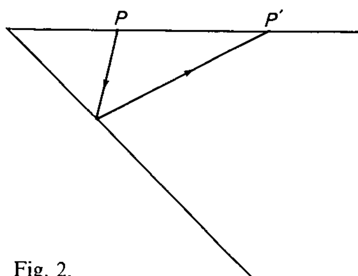


Fig. 2.

Door gebruik te maken van de eerste van deze afbeeldingen voert hij de gehele getallen in. Zie fig. 3.

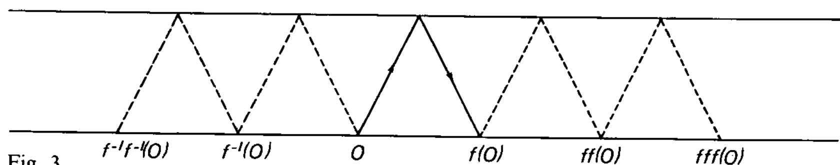


Fig. 3.

Uitgaande van het punt O en door herhaald toepassen van de operatie f of zijn inverse vinden we de punten $f(O), f^2(O), \ldots, f(O), f(O), \ldots$, die we identiceren met de getallen $\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots$

In fig. 4 zien we hoe $a+b$ gedefinieerd wordt. De operatie die 0 in a doet overgaan, doet b in $a+b$ overgaan.

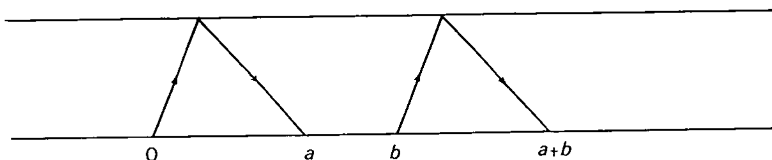


Fig. 4.

In fig. 5 vindt men de definitie van de vermenigvuldiging. De operatie die 1 in a doet overgaan, doet b in ab overgaan.

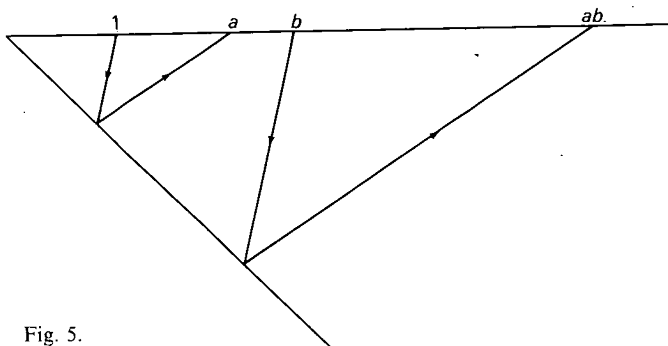


Fig. 5.

Langs meetkundige weg bewijzen we nu, dat

$a+b = b+a$ $\quad$ $ab = ba$

$a+(b+c) = (a+b)+c$ $\quad$ $a(bc) = (ab)c$

$a(b+c) = ab+ac$

Nu volgt de uitbreiding tot de rationale getallen. De afbeelding die a in 1 doet overgaan, doet b in $\frac{b}{a}$ overgaan. Het bewijs van de bovengenoemde vijf stellingen behoeft niet herhaald te worden, want het is automatisch ook van toepassing op rationale (en straks op reële) getallen.
De invoering van de reële getallen geschiedt op een manier die veel lijkt op de methode die in de toelichting van de CMLW op het nieuwe programma vermeld is. Uitgegaan wordt van niet repeterende breuken. Hiermee correspondeert een nest intervallen dat volgens het continuïteits-axioma een niet lege doorsnede heeft. Het zo verkregen punt wordt geïdentificeerd met een reëel getal.
Dit zijn slechts de hoofdlijnen. Ze zijn prikkelend genoeg om nader met de methode in kennis te willen komen.

P. G. J. Vredenduin

E. Nagel, J. R. Newman, *De stelling van Gödel*. Aulaboeken-540, Het Spectrum, Utrecht, 111 blz., *f*7.50.

De oorspronkelijke tekst luidt: Gödels Proof. De vertaling is van J. M. Debrot. De opzet is om zo mogelijk niet-mathematici enig uitzicht te geven in de draagwijdte van de in 1931, door de toen 25-jarige Kurt Gödel gepubliceerde stelling over de onvolledigheid van elk axiomastelsel van de rekenkunde van de gehele getallen.

Een kleine opmerking. Op blz. 68 moet 343 miljoen gewijzigd worden in 243 miljoen en op blz. 69 wordt ten onrechte consequent volgehouden dat $11^2 = 112$.

Burgers

B. Fuchssteiner und D. Laugwitz, *Funktionalanalysis*, Mathematik für Physiker, Band 9; Bibliographisches Institut, Mannheim/Wien/Zürich; 219 blz.

Dit helder geschreven boekje is de neerslag van twee onderling onafhankelijke, voor fysische studenten gegeven colleges in Paderborn (door Fuchssteiner) resp. in Darmstadt (door Laugwitz). Het eerste tweetal hoofdstukken handelt over genormeerde ruimten, in het bijzonder Hilbertruimten, en lineaire functionalen met toespitsing op compacte lineaire operatoren en op integraalvergelijkingen. Het tweede deel begint met een hoofdstuk over topologische vectorruimten, waarna in een uitgebreid hoofdstuk een inleiding tot de theorie van de distributies wordt gegeven. Het laatste hoofdstuk behandelt toepassingen van de distributierekening, waarbij zowel de potentiaalvergelijking als de golfvergelijking aan de orde komen.
De auteurs streven een exacte behandeling van de stof na, zonder uit het oog te verliezen dat de onderwerpen voor hogere jaars studenten in de natuurkunde bestemd zijn. Een aantal voorbeelden en oefen-opgaven, waarvan vele met aanwijzingen voor de oplossing, verhogen de bruikbaarheid van het boekje.
Het is een lofwaardig streven om de ontwikkeling van moderne delen van de wiskunde toegankelijk te maken voor studenten en afgestudeerden in de fysica. Dit inleidende boekje kan tevens van harte worden aanbevolen, zowel aan docenten in de wiskunde (om te zien welk samenspel er ook nu is tussen wiskunde en natuurwetenschap) als aan docenten in de natuurkunde (om te beseffen dat de ontwikkeling van de natuurwetenschap niet buiten de ontwikkeling van de wiskunde om gaat).

W. J. Claas sr.

Les Applications Nouvelles des Mathématiques et l'Enseignement Secondaire, conférences du 3me Séminaire organisé par la C.I.E.M. à Echternach juin 1973. Imprimerie Victor S.A., Esch sur Alzette, 1975, 258 blz., 350BF. Te bestellen door storting van dit bedrag op giro 34540 van Séminaire C.I.E.M. Echternach.

Afgedrukt zijn de 17 referaten die op het congres gehouden zijn; gebruikte talen: frans, engels, duits. De sprekers hebben zich goed aan de opdracht gehouden te spreken over toepassingen van de wiskunde die niet of weinig uitgaan boven het vwo-niveau. Hierdoor is een voor leraren interessant en goed leesbaar geheel ontstaan.
Enkele grepen uit de inhoud. Freudenthal breekt een lans voor onderwijs in de waarschijnlijkheidsrekening op een natuurlijke en niet op een wiskundig wetenschappelijke basis. Dus niet uitgaan van axioma's en ook niet een verzamelingstheoretische fundering van het kansbegrip geven. Waarschijnlijkheid is betrokken op facetten uit het wereldgebeuren en moet op deze wijze geïntroduceerd worden om de leerling tot een juist inzicht te brengen in dit moeilijke begrip. De kansrekening komt ook ter sprake in een bijdrage van Durran over Markov-ketens. Hij geeft een aardig voorbeeld dat betrekking heeft op het weer op opvolgende dagen en op de overgangswaarschijnlijkheden tussen de weertypen. Verder in een meer technisch artikel van Burgat, getiteld: Les chroniques du point de vue statistique.
Vanzelfsprekend wordt ook aandacht besteed aan de computer. Van der Sluis houdt een pleidooi voor computeronderwijs bij het voortgezet onderwijs. Engel bespreekt de mogelijkheden die de computer biedt. Op de hem eigen manier zorgt hij daarbij voor het nodige vuurwerk. Hij geeft een boeiende serie voorbeelden van problemen die door de computer opgelost kunnen worden. Twee ervan vindt men in de recreatierubriek in dit nummer.
Belangrijk is uiteraard het probleem van de mathematisering. Herz beschrijft een aantal praktische voorbeelden die door keuze van een gesimplificeerd model voor mathematische behandeling toegankelijk gemaakt worden.
Ook het feit dat de leerlingen gemotiveerd moeten worden is niet uit het oog verloren. Laugwitz

geeft enige goed gekozen praktische opgaven die vanzelf leiden tot het toepassen van matrixrekening.
Op wetenschappelijk hoger niveau staat het artikel van Steiner over metrische ruimten. Het is erg belangwekkend. Het resulteert in het geven van een methode om fouten in coderingen op te sporen en eventueel zelfs automatisch te corrigeren.
Al met al een boek dat het lezen waard is en waarin ieder wel iets van zijn gading vindt.

P. G. J. Vredenduin

Ontvangen Boeken

Doevedans, Wiskunde en rekenen LBO/LAVO, *Passen en meten, werkbladen.*
Wolters-Noordhoff, Groningen, 1975, werkblad I, *f* 5,–.

Sterrengidst 1976. Uitgave van de Nederlandse Vereniging voor weer- en sterrenkunde.
H. D. Tjeenk Willink, Groningen, 1975, 71 blz., *f* 13,50.

B. Groeneveld e.a., *Opgaven voor wiskunde I en II.*
Wolters-Noordhoff, Groningen, 1975, 130 blz., *f* 12,25, 2e druk.

Noorduyns eenvoudige tafels 5de druk *f* 2,25, Tjeenk Willink-Noorduyn.
Noorduyns wiskundige en statistische tafels *f* 3,50, Tjeenk Willink-Noorduyn.

H. J. Jacobs e.a., *Moderne wiskunde*, dl. 7 v.w.o., derde herziene druk, 208 blz., *f*20.40, Wolters-Noordhoff, Groningen 1975.

P. Sanders, J. C. B. de Bruyne, *Opgaven wiskunde mavo*, Wolters-Noordhoff, Groningen, 60 blz., *f*7.20.
Opgaven voor de examenklas, verdeeld over: Relaties en functies (103), Meetkundige afbeeldingen (20), Berekeningen in de meetkunde (43), Vectoren (35), Statistiek (12) met antwoordenlijst.

De Minister van Onderwijs en Wetenschappen

brengt het volgende ter kennis van belanghebbenden:
Met ingang van 1 januari 1978 zal in het programma van het examen wiskunde MO-A het vak projectieve en beschrijvende meetkunde vervangen worden door het vak statistiek en waarschijnlijkheidsrekening;
De keuze van de onderdelen voor de deelexamens bij het examen wiskunde MO-A zal aan de kandidaten overgelaten worden, met dien verstande dat een deelexamen twee van de vier examenonderdelen dient te bevatten;
De regeling voor de deelexamens bij het examen wiskunde MO-B blijft ongewijzigd.

Namens de minister
drs. N. J. Dersjant

Recreatie

Nieuwe opgaven met oplossingen en correspondentie over deze rubriek aan Dr. P. G. J. Vredenduin, Dillenburg 148, Doorwerth.

Hieronder twee voorbeelden ontleend aan het artikel van Engel in het in deze aflevering besproken verslag van de conferentie te Echternach in 1973. Wie zich ervoor interesseert hoe Engel deze voorbeelden door de computer laat oplossen, moet het oorspronkelijke artikel raadplegen.

350. Kain en Abel speelden in hun vreedzame tijd het volgende spel. Er wordt aanhoudend met een munt geworpen die op de ene kant het teken 0 vertoont en op de andere kant het teken 1. Gegooid wordt totdat hetzij de opeenvolging 111 optreedt hetzij de opeenvolging 101. Als 111 het eerste optreedt, wint Kain, anders Abel.

a Wie heeft de grootste winstkans? Deze vraag moet beantwoord worden zonder berekenen.
b Hoe groot zijn de beide winstkansen?

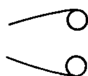
351. Zijn records zeldzaam? Neem aan dat in 100 achtereenvolgende jaren een waarneming verricht wordt, bijv. het bepalen van de gemiddelde temperatuur in de maand januari. Sluit de mogelijkheid uit dat twee waarnemingsuitkomsten gelijk zijn. Hoe groot is de verwachtingswaarde van een record na het 50e jaar?

Oplossingen

Oplossing e. Er zijn 7 isometrieën die ten grondslag liggen aan patronen op randen behangselpapier. Neem twee randen die loodrecht op elkaar staan. Door samenstelling van de beide hieraan ten grondslag liggende isometrieën ontstaat een vlakvulling. Op hoeveel verschillende manieren is dit mogelijk? Neem aan dat we de horizontale rand hebben. Kies hiervan een grondpatroon. Dit patroon kunnen we in verticale richting voortzetten door een translatie (T), spiegeling om een as loodrecht op de richting van de verticale rand (S|), puntspiegeling (P) en door een glijspiegeling (G).
Uitgaan van een grondfiguur



en toepassen van een spiegeling S|, komt op hetzelfde neer als uitgaan van de grondfiguur



en achterwege laten van S|. We kunnen dus S| buiten beschouwing laten. Om

analoge reden kunnen we P buiten beschouwing laten. We doen dus de algemeenheid niet te kort als we ons in verticale richting beperken tot T en G. In de volgende tabel vinden we in de eerste kolom het type van het horizontale patroon. Hierop kunnen we in verticale richting steeds weer T toepassen. Het type van het zo ontstane verticale patroon vinden we in de tweede kolom. In de derde kolom zien we welk patroon ontstaat als we in verticale richting steeds weer G toepassen.

hor. patroon	verticaal T	verticaal G
T	T	G
G	T	TS|
$T\underline{S}$	TS|	TPS|
$T\bar{P}$	TP	TPS|
TS|	TS	TS
$TP\underline{S}S\|$	$T\bar{P}\underline{S}S\|$	$T\bar{P}\underline{S}S\|$
$TP\bar{S}\|$	$T\underline{S}$	$TP\bar{S}\|$

Tussen horizontaal en verticaal zouden we geen principieel verschil maken. We vinden dus slechts de patronen die ontstaan zijn door samenstelling van

T	en	T
T	en	G
G	en	TS|
$T\underline{S}$	en	TS|
$T\bar{S}$	en	TPS|
$T\bar{P}$	en	TP
TP	en	TPS|
$TP\underline{S}S$	en	$TP\underline{S}S\|$
$TP\bar{S}\|$	en	$TP\bar{S}\|$

Dus slechts 9 typen.

Onderwijs Computercentrum

Op 1 september trekt het onderwijs Computercentrum officieel in zijn nieuwe behuizing. Dit OC is een afdeling van het Instituut Ontwikkeling Wiskunde-Onderwijs, welk instituut naast de leerplanontwikkeling voor de schoolwiskunde, ook de bevordering van de informatica in algemeen voortgezet en beroepsonderwijs als taak heeft. Zo zijn er o.a. leerplannen voor het Hoger Informatica-Onderwijs en voor de Bedrijfs-Informatica afdeling van het HEAO ontwikkeld.
Voor het algemeen voortgezet onderwijs is, nu zeven jaar geleden, voorgesteld om alle leerlingen op bescheiden schaal te laten kennismaken met enkele toepassingen van de automatisering in o&e maatschappij. En dit op een wijze, die voor de leerling zoveel mogelijk praktische ervaring meebrengt. Door het zelf, met behulp van een computer, oplossen van problemen ontstaat namelijk bij de leerling het besef dat computerresultaten niet beter zijn dan het vermogen van de programmamaker om alle mogelijkheden te voorzien en om de door hem bedachte oplossing om te zetten in ondubbelzinnige instructies voor de machine. Als toepassingen van de automatisering kunnen worden behandeld: girodienst, personeels-en andere administraties, simulaties van processen, opereren op teksten, kunstmatige intelligentie, e.d. Voor vrijwel elk van deze onderwerpen is het werken met gegevensbestanden een essentieel onderdeel. In eerste instantie is omgezien naar de universitaire computercentra voor het verwerken van leerlingenprogramma's. Niet op al deze centra bleek het mogelijk om te voldoen aan de vraag naar een eenvoudige programmeertaal met de mogelijkheid te werken met gegeven bestanden. Bovendien kenmerken de leerlingenprogramma's zich door relatief veel vertaaltijd en weinig rekentijd, waardoor de kosten op de gemeenlijk grote machines hoog oplopen. Vanaf 1973 is daarom gewerkt aan centralisatie van de verwerking van leerlingenprogramma's op voor dit doel gekozen kleine apparatuur.
Hiervoor beschikt het OC al enige tijd over een Digital PDP 11/40 met 64K geheugen, twee schijveneenheden, twee optische kaartlezers, een regeldrukker, console-terminal en een beeldschermterminal. Een lijnverbinding net het Academisch Computer-Centrum Utrecht houdt bovendien de mogelijkheid tot het inschakelen van zwaardere apparatuur open. Vanaf 1 januari 1976 is deze opstelling volledig operationeel en verzorgt de programmaverwerking voor rond 5000 leerlingen en leraren.
Daarmee is het OC waarschijnlijk het kleinste computercentrum met zo'n grote klantenkring.
Om het contact tussen het OC en de klanten op zo'n 150 lokaties door het hele land, incidenteel ook buitenland, tot stand te brengen is gekozen voor gebruik van optisch leesbare kaarten (mark sense cards) verzonden per post. Door een handige interpretatie van de kaart vereist het aangeven van een programmatekst nauwelijks meer potloodstreepjes dan er aanslagen op een schrijfmachine

nodig zouden zijn. Het gebruik van dit soort kaarten heeft in vakkringen een slechtere naam dan het verdient. In de hier toegepaste vorm, waarin de leerling zijn gebruikte kaarten terug en de interpretatie te zien krijgt, daalt het aantal communicatiefouten na één ervaring tot een handzaam minimum. De programmaresultaten verlaten het OC binnen een etmaal na ontvangst van de kaarten. Met een gemiddelde van *f* 1,50 per programma, inclusief afschrijving op apparatuur, materiaal- en verzendkosten, is dit waarschijnlijk ook de goedkoopste vorm die op wat grotere schaal door scholen kan worden toegepast. Niettemin wordt gedacht en gewerkt aan het plaatsen van terminals op scholen in de toekomst.
De geschetste organisatie is, zoals gezegd, al enige tijd in bedrijf, maar beschikte nog niet over een enigszins geschikt onderkomen. In het gebouw Tiberdreef 4 te Utrecht is door interne verhuizingen nu ruimte geschapen waarin goed gewerkt kan worden. Dat houdt ook in dat bezoekers aan een balie ontvangen kunnen worden. Een glaswand scheidt de balie van de gekoelde ruimte, zodat klanten een goed zicht hebben op de gebruikte apparatuur. Scholieren kunnen na schooltijd programma's verwerkt krijgen, klaar terwijl men wacht.
Een instructiezaaltje is bovendien beschikbaar voor wat grotere groepen bezoekers. In de regio Utrecht verwacht het OC hiervoor veel belangstelling. De huidige apparatuur laat nog ongeveer een verdubbeling van het aantal klanten toe. Bij algehele invoering in het Nederlandse onderwijs van dit soort computer-toepassing zal dit niet voldoende zijn. Er wordt in dat geval gedacht aan regionale centra, waarvoor het OC dan model kan staan.
Om vier uur 's middags op 1 september zal met een receptie voor klanten en andere belangstellenden het ruimere jasje voor het onderwijs computercentrum officieel worden aangetrokken.

INHOUD